



**PROGRAMA ANALÍTICO**

**FACULTAD: INGENIERÍA**

**DEPARTAMENTO: CIENCIAS BÁSICAS**

**CARRERA: INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES**

**PLAN DE ESTUDIO: 2010**

**MODALIDAD DE CURSADO: PRESENCIAL**

**ORIENTACIÓN: Radio Comunicaciones y Telecomunicaciones (E1)**

Servicios de Datos y Sistemas Multimediales (E2)

Sistemas Embebidos (E3)

**ASIGNATURA: CALCULO III**

**CÓDIGO: 0409**

**DOCENTE RESPONSABLE:**

NOMBRE	GRADO ACAD. MAX	CARGO	DEDICACIÓN
Jorge Agustín Adaro	Magister en Técnicas renovables en la Ingeniería, Arquitectura y Agricultura	Profesor Asociado	Exclusiva

**EQUIPO DOCENTE:**

NOMBRE	GRADO ACAD. MAX	CARGO	DEDICACIÓN
Jorge Agustín Adaro	Magister en Técnicas renovables en la Ingeniería, Arquitectura y Agricultura	Profesor Asociado	Exclusiva
María Alejandra Méndez	Magister en Ingeniería Química	Profesor Asociado	Exclusiva
Alba Ivana Lema	Ingeniera Química	Profesor Asociado	Exclusiva
Javier Horacio Zizzias	Magister en Ciencias de la Ingeniería	Profesor Adjunto	Exclusiva
Gabriel Germán Paisio	Ingeniero Mecánico	Profesor Adjunto	Exclusiva

**AÑO ACADÉMICO: 2022**

**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria**

**RÉGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral**



**UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO: 2DO. CUATRIMESTRE DE 2DO. AÑO**

**RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:**

<i>Aprobada</i>	<i>Regular</i>
0404	0402

**ASIGNACIÓN DE HORAS:**

Horas Totales		(75 h.)
Semanales		( 5 h.)
Teóricas		(75 h.)
Prácticas	Resolución de problemas	(... h.)
	Laboratorio	(... h.)
	Proyecto	(... h.)
	Trabajo de campo	(... h.)
Teórico-Prácticas		(... h.)

**FUNDAMENTACIÓN DE LOS OBJETIVOS, CONTENIDOS, PROPUESTA METODOLÓGICA Y EVALUACIÓN DEL PROGRAMA:**

La materia Cálculo III, corresponde al ciclo básico de las carreras de Ingeniería Mecánica, Ingeniería Electricista e Ingeniería en Telecomunicaciones. Es una de las asignaturas complementarias para el estudio de los fundamentos teóricos de la Ingeniería, ya que provee los conocimientos esenciales y el soporte matemático necesario para abordar temas del ciclo superior, tales como: análisis de señales, análisis de circuitos eléctricos, electrotecnia, vibraciones mecánicas, termodinámica, sistemas de control, etc.

El objetivo principal que se pretende alcanzar en el desarrollo de esta asignatura, es conocer las bases y fundamentos del análisis matemático en el campo complejo y avanza hacia los conceptos de las transformadas Zeta, Fourier y Laplace.

La propuesta para el desarrollo de esta asignatura, es partir, cuando sea posible, de los conocimientos análogos ya vistos en las materias Cálculo I y Cálculo II, a los fines de entender las similitudes y



diferencias del análisis complejo con el análisis real de una y varias variables. Esto permitirá, además, comprender qué aspectos de la variable real quedan contenidos en la variable compleja, facilitando así una mejor comprensión del cálculo en general y entendiendo cómo el esfuerzo de ampliar horizontes y considerar valores complejos, permite resolver problemas de análisis real que de otra forma no sabemos abordar.

### **OBJETIVOS PROPUESTOS:**

- Manejar adecuadamente el conjunto de los números complejos y sus operaciones.
- Conocer la teoría de las funciones de variable compleja, la derivación y el concepto de funciones analíticas. Determinar el dominio de analiticidad de una función y clasificar sus singularidades.
- Conocer la integración en el campo complejo. Calcular las integrales de línea y las de integrando complejo de variable real.
- Conocer la teoría de las Series Complejas de Taylor y Laurent, como así también el teorema del residuo. Poder desarrollar funciones en series de potencias.
- Conocer las transformadas Zeta, de Fourier y de Laplace, identificando sus propiedades y su aplicación a la resolución de problemas.
- Desarrollar en el estudiante un pensamiento matemático, en el que vayan a la par la comprensión clara de los diferentes conceptos y la habilidad en la resolución de problemas utilizando las técnicas matemáticas desarrolladas.

### **COMPETENCIAS:**

- **Competencias genéricas:**

1. Desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.
2. Comunicarse con efectividad.
3. Aprender en forma continua y autónoma.

- **Competencias específicas:**

- o I -a Reconocer y respetar los puntos de vista y opiniones de otros miembros del equipo y llegar a acuerdos.



- o 1-b Asumir responsabilidades y roles dentro del equipo de trabajo.
- o 2-a Seleccionar las estrategias de comunicación en función de los objetivos y de los interlocutores y de acordar significados en el contexto de intercambio.
- o 2-b Producir e interpretar textos técnicos (memorias, informes, etc.) y presentaciones públicas.
- a Reconocer la necesidad de un aprendizaje continuo a lo largo de la vida.
- 3.b Lograr autonomía en el aprendizaje.

### **EJES TEMÁTICOS ESTRUCTURANTES DE LA ASIGNATURA Y ESPECIFICACIÓN DE CONTENIDOS:**

Como cátedra que participamos en un proyecto PELPA, trabajamos la lectura y escritura del lenguaje matemático y el dominio de la simbología propia del campo complejo.

Consideramos que la producción de textos, debe abarcar no sólo los procedimientos propios del campo de los complejos, sino también la descripción y fundamentación de los conceptos teóricos en los cuales se sostienen, aspectos que se trabajarán en las clases presenciales y de consulta y además son elementos que serán parte de los criterios de evaluación.

#### Unidad 1. Números Complejos y el Plano Complejo

Números complejos. Forma binómica. Operaciones: suma, resta, producto y cociente; conjugado. Representación geométrica de un número complejo. Forma trigonométrica o polar. Potencias de exponente entero. Raíces. Generalización a potencias de exponente racional. Topología del plano complejo: entorno de un punto; punto interior, exterior y frontera de un conjunto. Conjuntos abiertos y conjuntos cerrados; punto de acumulación, conjunto conexo, dominio, región, conjunto acotado. Plano complejo extendido, esfera de Riemann, Proyección estereográfica.

#### Unidad 2. Funciones complejas. Límite, Continuidad y Diferenciación

Funciones de una variable compleja a valores complejos. Límite. Continuidad. Diferenciabilidad. Ecuaciones de Cauchy - Riemann. Funciones analíticas. Condición necesaria y suficiente para la analiticidad de una función. Ecuaciones de Cauchy — Riemann en forma polar. Puntos regulares y



puntos singulares. Ceros de una función. Funciones armónicas, armónicas conjugadas, ecuación de Laplace.

### Unidad 3. Funciones Elementales

Funciones elementales: exponencial, lineal, potencial de exponente natural, inversión, bilineal, trigonométricas, hiperbólicas, logaritmo, potencial de exponente complejo, trigonométricas inversas.

### Unidad 4. Integración en el Plano Complejo

Curvas y su parametrización. Curvas suaves y contornos. Enunciado del Teorema de la curva de Jordan. Conjuntos simplemente conexos y múltiplemente conexos. Integral de una función de variable real a valores complejos. Longitud de una curva. Integral de una función de variable compleja a valores complejos sobre una curva en. Invariabilidad de la integral ante un cambio de parametrización de la curva. Teorema de Cauchy para un contorno simple cerrado. Enunciado de sus generalidades: Teorema de Cauchy-Goursat. Integral indefinida de una función analítica en un dominio simplemente conexo. Fórmula Integral de Cauchy. Teorema de Morera, Teorema de Liouville, Teorema Fundamental del Álgebra.

### Unidad 5. Series y Residuos

Sucesiones de números complejos. Series de números complejos. Series de potencias: convergencia uniforme y funciones analíticas. Serie de Taylor. Ceros de una función analítica. Serie de Laurent. Clasificación de las singularidades aisladas: evitables, polos, esenciales. Residuo. Teorema del Residuo. El principio del Argumento.

### Unidad 6. Transformadas

Transformada Z (TZ) unilateral de funciones reales de variable natural. Propiedades de la TZ: linealidad, cambio de escala, desplazamiento en el tiempo, convolución en el tiempo. Inversión de la TZ. Cálculo de transformadas. Aplicaciones de la TZ al análisis de sistemas lineales, invariantes en el tiempo, causales y discretos. Transformada de Fourier (TF) de funciones complejas de variable real. Condición suficiente de existencia. Inversión de la TF. Propiedades de la TF: linealidad, cambio



de escala, desplazamiento en el tiempo, desplazamiento en la frecuencia, simetría, diferenciación e integración en el tiempo, diferenciación en la frecuencia. Funciones generalizadas: el impulso unitario (delta de Dirac); el escalón unitario (escalón de Heaviside). Convolución: definición y propiedades. Cálculo de Transformadas. Aplicaciones de las TF al análisis de sistemas lineales invariantes en el tiempo. La Transformada de Laplace unilateral y bilateral de funciones complejas de variable real. Analogía entre la Transformada Z y la Transformada de Laplace. Relación entre la Transformada Fourier y la Transformada de Laplace. Inversión de Transformada de Laplace: fórmula integral de Bronwich. Cálculo de la transformada inversa de Laplace mediante residuos. Transformada de Laplace del impulso unitario (delta de Dirac). Transformada de Laplace de funciones periódicas.

### **FORMAS METODOLÓGICAS:**

Las clases serán de carácter teórico- práctico. El desarrollo de las mismas abarca una exposición teórica conceptual, por parte de docentes, abarcando ejemplos prácticos de aplicación, que propicien la comprensión de los nuevos conceptos introducidos. En otros momentos de la clase se propone la resolución de ejercicios y problemas. En general se sugiere el trabajo grupal entre los estudiantes para favorecer el intercambio de propuestas y argumentaciones entre ellos. Durante ese bloque de trabajo, el equipo docente está disponible para contribuir a las discusiones que se produzcan en los grupos de trabajo. Se espera que estas prácticas sumadas a la revisión de otros problemas por parte de los estudiantes en su estudio fuera del aula, se alcancen los objetivos de aprendizaje propuestos.

Por otra parte, sobre el contenido particular, Funciones Elementales, se indica a los estudiantes realizar un estudio de un caso particular y elaborar un escrito del análisis realizado y conclusiones.

### **PROGRAMAS Y/O PROYECTOS PEDAGÓGICOS E INCLUSIVOS:**

Parte de las actividades que se desarrollan están inscriptas dentro del Proyecto PELPA 2017/2018: SABERES SOBRE LECTURA Y ESCRITURA EN MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA. Entendemos que el trabajo con el lenguaje matemático promueve el aprendizaje de los temas y es además una herramienta que permite debatir y profundizar la discusión de los nuevos conceptos.



**CRONOGRAMA TENTATIVO DE CLASES Y PARCIALES Y DE TRABAJOS PRÁCTICOS:**

Clases	Fecha	Temas	Actividad
1	17/08	Números Complejos — Propiedades - Forma Polar	Teórico - Práctico
2	22/8	Argumento Principal -Potencia Entera	Teórico - Práctico
3	24/8	Raíz de Números Complejos — Potencia Fraccionaria	Teórico - Práctico
4	29/8	Puntos y Conjuntos en el Plano Complejo	Teórico - Práctico
5	31/8	Funciones Complejas — Representación Gráfica	Teórico - Práctico
6	5/9	Límite y Continuidad	Teórico - Práctico
7	7/9	Derivada — Condiciones Necesarias y suficientes	Teórico - Práctico
8	12/9	Analiticidad — Funciones Analíticas y Enteras — Puntos regulares y singulares — Regla de L'Hopital	Teórico Práctico
9	14/9	Funciones Elementales: Función Lineal	Teórico - Práctico
10	19/9	Funciones Elementales: Exponencial Inversa, Bilineal	Teórico - Práctico
11	26/09	Funciones Elementales:, Trigonómicas, Logaritmo	Teórico Práctico
12	28/9	Curvas y su parametrización	Teórico - Práctico
13	3/10	Integrales Complejas	Teórico - Práctico
14	5/10	<b>1° Parcial</b>	
15	12/10	Integral de Línea — Teorema de Cauchy — Teorema de Cauchy-Goursat	Teórico - Práctico
16	17/10	Fórmula Integral de Cauchy — Fórmula Integral de la Derivada	Teórico - Práctico
17	19/10	Series de Potencia Serie de Taylor	Teórico - Práctico



18	24/10	Ceros de Funciones Analíticas Serie de Laurent	Teórico - Práctico
19	26/10	Parte Principal— Singularidades y Polos	Teórico - Práctico
20	31/10	Residuos - Teoremas de los Residuos	Teórico - Práctico
21	2/11	<b>Recuperatorio 1° Parcial</b>	Teórico - Práctico
22	7/11	Transformada Zeta	
23	9/11	Transformada Zeta	Teórico - Práctico
24	14/11	Transformada de Fourier	Teórico - Práctico
25	16/11	<b>2° Parcial</b>	Teórico - Práctico
26	23/11	Transformada de Laplace	

Recuperatorio 2° parcial el 2/12/2022

**BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA Y DE CONSULTA ESPECIFICANDO EL EJE TEMÁTICO DE LA ASIGNATURA:**

Título y Autor/es	Editorial	Año de Edición	Ejemplares en biblioteca
Matemáticas Avanzadas para Ingeniería O'NEIL, PETER V.	Cengage Learning	2008	
Señales y Sistemas MORÓN, JOSÉ	Universidad Rafael Urdaneta	2011	
Introducción al Análisis Complejo con aplicaciones ZILL, D. G. y SHANAHAN, P. D.	Cengage Learning	2009	10
Variable Compleja y aplicaciones CHURCHILL, R. V. y WARD B. J.	Mc GrawHill	2004	5



Variable Compleja: resolución de problemas y aplicaciones ANGULO, JUAN CARLOS	Paraninfo	2012	
Transformadas de Laplace y de Fourier SPROVIERO, M. O.	Nueva Librería	2005	
Ecuaciones Diferenciables y Variable Compleja LOPEZ GONCÉZ, J.	Prentice Hall	2001	
Señales y Sistemas Lineales GABEL, R - ROBERTS, R.	Limusa	1990	1
Variable Compleja con aplicaciones WUNSCH, A.D.	Addison Wesley	1997	1
A first course in applied complex variables RUBENFELD, L.	Wiley	1985	1
Complex variables and the Laplace transform for engineers LEPAGE, W.	Mc Graw-Hill	1961	1

### BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA Y DE CONSULTA

The Fourier Transform and its applications BRACEWELL, R.	2nd Ed. Mc Graw-Hill	1986	1
Lineal Systems: Time domain and Transform Analysis O'FLYNN, M and MORIARTY E.	Wiley	1987	1

(\* ) Libro disponible por el Equipo Docente.



### MATERIAL AUDIOVISUAL ELABORADO POR LA CÁTEDRA

	<u>Temas Contenidos</u>	Unidad	LINK
1	Números complejos. Forma binómica. Representación. Operaciones: suma, resta, producto y cociente. Complejo conjugado. Módulo de complejos, propiedades. Forma polar. Argumento Principal. Fórmula de Euler.	I	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=xOfdF7FCnWg">https://www.youtube.com/watch?v=xOfdF7FCnWg</a>
2	Fórmula de Euler. Teorema de Moivre. Uso para el cálculo de potencias enteras de números con los.	1	<a href="https://youtu.be/JqQfoP93kv0">https://youtu.be/JqQfoP93kv0</a>
3	Cálculo de raíces de números complejos. Vemos lo de cálculo.	1	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=RXm2UU3eDzo">https://www.youtube.com/watch?v=RXm2UU3eDzo</a>
4	Puntos y Conjuntos en el plano complejo. Regiones en el plano con los.	1	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=NX8rDPTisao">https://www.youtube.com/watch?v=NX8rDPTisao</a>
5	Definición de derivada de funciones complejas. Ejemplos de cálculo. Enunciado del teorema de Cauchy Riemann y las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de la derivada.	2	<a href="https://youtu.be/7DSE3iOSwYA">https://youtu.be/7DSE3iOSwYA</a>



6	Funciones en variable compleja como Mapeo. Ejemplos de la transformación $w=f(z)=z^2$ sobre distintas regiones.	3	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=bGJTZygY5QZ9g">https://www.youtube.com/watch?v=bGJTZygY5QZ9g</a>
7	Función exponencial con $e^a$ .	3	<a href="https://goo.gl/VNjZb7U">https://goo.gl/VNjZb7U</a>
8	Desarrollo de curvas en plano complejo. Integrales de funciones de valor complejo. Integrales de línea.	4	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=cDC240YaAAo">https://www.youtube.com/watch?v=cDC240YaAAo</a>
9	Integrales de línea en $\mathbb{C}$ .	4	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=IoOgJNgi94">https://www.youtube.com/watch?v=IoOgJNgi94</a>
10	Curvas e Integrales en $\mathbb{C}$ .	4	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=xv6En8FnTUg">https://www.youtube.com/watch?v=xv6En8FnTUg</a>
11	Teorema de Cauchy-Goursat. Aplicaciones.	4	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=L4huWnAMDL0">https://www.youtube.com/watch?v=L4huWnAMDL0</a>
12	Desarrollo de la Fórmula integral de Cauchy y Fórmula integral de la derivada de Cauchy.	4	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=WxnwAYM2zI">https://www.youtube.com/watch?v=WxnwAYM2zI</a>
13	Sucesiones y Series en $\mathbb{C}$ .	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=qGBtaLF8Qi0">https://www.youtube.com/watch?v=qGBtaLF8Qi0</a>
14	Sucesiones y Series en $\mathbb{C}$ .	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=cipuKosSiPo">https://www.youtube.com/watch?v=cipuKosSiPo</a>
15	Sucesiones en $\mathbb{C}$ . Introducción a Series.	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=4RqY7niltWU">https://www.youtube.com/watch?v=4RqY7niltWU</a>
16	Serie de Taylor y Serie de Laurent. Ejemplos. Ceros de funciones.	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=Q3iNRkJR0mo">https://www.youtube.com/watch?v=Q3iNRkJR0mo</a>
17	Series de potencia. Serie de Taylor en $\mathbb{C}$ .	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=RqgFGRrlIcQ">https://www.youtube.com/watch?v=RqgFGRrlIcQ</a>



18	Serie de Taylor. Ven lo de un desarrollo.	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=2DPpUUD33CU">https://www.youtube.com/watch?v=2DPpUUD33CU</a>
19	Serie de Taylor. Bem lo de un desarrollo.	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=vWkbUiQmAq0">https://www.youtube.com/watch?v=vWkbUiQmAq0</a>
20	Serie de Taylor. Ven lo de un desarrollo.	5	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=0503BS49rI">https://www.youtube.com/watch?v=0503BS49rI</a>
21	Transformada Z. Definición. Propiedad de linealidad.	6	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=FvpgW3vY80k">https://www.youtube.com/watch?v=FvpgW3vY80k</a>
22	Transformada Zeta. Definición propiedades.		<a href="https://www.youtube.com/watch?v=nMOkOdJObA">https://www.youtube.com/watch?v=nMOkOdJObA</a>
23	Transformada Z inversa. Ejemplo de las tres formas de cálculo.	6	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=0LSWgRsgdg">https://www.youtube.com/watch?v=0LSWgRsgdg</a>

### NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

#### Funciones de Variable Compleja como Mapeos

Este trabajo propone el mapeo de las regiones del plano complejo que se indican, por medio de una función de variable compleja. La resolución de la actividad deberá presentarse por escrito en un plazo no mayor a 3 semanas.

El escrito deberá ser elaborado explicando el estudio realizado, describiendo los pasos seguidos para llegar a la solución, dando cuenta de los conceptos o conocimientos empleados como también de la forma en que fueron utilizados y que apele tanto a herramientas analíticas como gráficas.

#### HORARIO DE CLASES:

DIA	HORARIO
Lunes	10 a 13 horas
Miércoles	14 a 16 horas



**HORARIO Y LUGAR DE CONSULTAS:**

DIA	HORARIO	LUGAR
Lunes	14 a 15:30 h.	Oficina 3
Martes	14 a 16 h.	Oficina 4
Jueves	10 a 12 h.	Oficina 4
Jueves	14 a 15:30 h.	Oficina 3
Viernes	10 a 12 h.	Oficina 13

**REQUISITOS PARA OBTENER LA REGULARIDAD Y LA PROMOCIÓN:**

Los requisitos para regularizar y promocionar la materia, fueron fijados de acuerdo a lo establecido en el punto 3.2 parte B de la Res. 120/17 del Consejo Superior de la UNRC.

Regularidad: Para la regularidad se deberá aprobar los dos parciales previstos o sus recuperatorios, más un trabajo vinculado al mapeo de funciones complejas.

Promoción: Para la promoción se deberá aprobar los dos parciales o sus recuperatorios con notas mayores a 5 y la suma de ambos deberá ser 17, más un trabajo vinculado al mapeo de funciones complejas, y un coloquio de temas propuestos con una anticipación de 48 horas.

Examen final: Aquellos alumnos que no promocionen la materia, deberán rendir un examen final. El mismo consta de un examen escrito y de aprobarse se continua con un coloquio oral. El examen escrito difiere dependiendo si la condición del estudiante es libre o regular. La extensión del examen libre es mayor, ya que abarca un espectro más amplio de temas de la asignatura.



**CARACTERÍSTICAS, MODALIDAD Y CRITERIOS DE LAS INSTANCIAS EVALUATIVAS, INCLUYENDO EXAMEN FINAL, ESTABLECIENDO TIEMPOS DE CORRECCIÓN DE LAS MISMAS Y LA DEVOLUCIÓN A LOS ESTUDIANTES:**

<b>EXÁMENES PARCIALES</b>				
<b>INSTANCIA EVALUATIVA</b>	<b>CARACTERÍSTICAS</b>	<b>MODALIDAD</b>	<b>TIEMPO DE CORRECCIÓN</b>	<b>TIEMPO DE DEVOLUCIÓN A LOS ESTUDIANTES</b>
Parcial/Recuperatorio	Práctico	Escrito	4 días	7 días
Trabajo Práctico	Teórico/Práctico	Escrito	7 días	10 días
Coloquio	Teórico	Oral		
<b>EXÁMENES FINALES</b>				
<b>CARACTERÍSTICAS</b>		<b>MODALIDAD</b>		
Teórico/Práctico		Mixto		

  
Firma Docente Responsable

  
Firma Secretario Académico