



**PROGRAMA ANALÍTICO**

**DEPARTAMENTO: CIENCIAS BÁSICAS**

**CARRERA: INGENIERÍA ELECTRICISTA**  
**INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES**

**ASIGNATURA: PROBABILIDAD Y PROCESOS ALEATORIOS**

**CÓDIGO: 0454**

**AÑO ACADÉMICO: 2018**

**PLAN DE ESTUDIO: 2004 - 2010**

**UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO: 2DO. CUATRIMESTRE DE 3ER. AÑO**

**MODALIDAD DE EVALUACIÓN: PRESENCIAL**

**DOCENTE A CARGO: Mg. Ing. Diego Moitre – Profesor Titular Exclusivo**

**EQUIPO DOCENTE:** Mg. Ing. Diego Moitre – Profesor Titular Exclusivo  
Dra. Ing. Mercedes Carnero – Profesora Asociada Exclusiva  
Ing. Javier Marchessi – Jefe de Trabajos Prácticos Exclusivo  
Ing. Carlos Carossio – Ayudante de Primera Semi- Exclusivo

**RÉGIMEN DE ASIGNATURAS:**

INGENIERÍA ELECTRICISTA (\*)

<i>Aprobada</i>	<i>Regular</i>
0403	-

(\*) Para cursar asignaturas de tercer año en adelante se debe haber rendido Inglés Nivel I

INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES

<i>Aprobada</i>	<i>Regular</i>
0409	-

**ASIGNACIÓN DE HORAS:**

Semanales: 5

Totales → Teóricas: 30  
 → Prácticas → Resolución de problemas: 45  
 → Laboratorio: -  
 → Proyecto: -  
 → Trabajo de campo: -



**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:** Obligatoria

**OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA:**

- Adquirir los conocimientos básicos correspondientes a variables aleatorias y sus funciones de distribución: de probabilidad y acumulada.
- Identificar los distintos modelos probabilístico discretos y continuos, comúnmente utilizados en el análisis en ingeniería eléctrica.
- Adquirir los conocimientos básicos correspondientes a procesos aleatorios comúnmente utilizados en el análisis y diseño de procesos en ingeniería eléctrica.
- Adquirir los conocimientos básicos correspondientes a procesamiento de señales aleatorias en ingeniería eléctrica.

**CONTENIDOS:**

Axiomas de Probabilidad. Variables Aleatorias. Distribuciones de Probabilidad. Funciones de Variables Aleatorias. Introducción a la Inferencia Estadística. Introducción a los Procesos Aleatorios. Aplicación al procesamiento de señales aleatorias.

**PROGRAMA ANALÍTICO:**

**TEMA 1: PROBABILIDAD**

1.1.- Modelos matemáticos: determinísticos y estocásticos. Experimentos aleatorios. Espacio muestral: discreto y continuo. Eventos o sucesos: simples y compuestos. Operaciones con eventos: unión, intersección, complemento. Eventos mutuamente excluyentes.

1.2.- Axiomas de probabilidad. Propiedades. Espacio muestral finito. Espacio muestral finito equiprobable. Combinatoria.

1.3.- Probabilidad condicional. Teorema de multiplicación probabilidades. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes. Eventos mutuamente independientes.

**TEMA 2: VARIABLES ALEATORIAS**

2.1.-Concepto de variable aleatoria. Variables aleatorias escalares y variables aleatorias vectoriales. Variables aleatorias reales y variables aleatorias complejas. Función de distribución de probabilidades. Función de distribución acumulada. Casos: discreto y continuo.

2.2.- Distribución de probabilidad conjunta. Distribuciones marginales. Distribución condicional. Variables aleatorias independientes. Caso discreto y continuo.

2.3.- Esperanza matemática. Momentos. Función característica y función generadora de momentos. Varianza. Covarianza. Propiedades. Caso discreto y continuo. Teorema de Tchebychev.

**TEMA 3: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD**





3.1.- Distribución uniforme: media y varianza. Distribución binomial: Media y varianza. Extensión de la distribución binomial: distribución multinomial. Distribución hipergeométrica: media y varianza, aproximación por la binomial. Extensión de la distribución hipergeométrica a una partición de  $K$  celdas.

3.2.- Distribución de Poisson: media y varianza. La distribución de Poisson como una aproximación a la binomial. Distribución geométrica, Distribución de Pascal: medias y varianzas.

3.3.- Distribución Normal univariada: Media y varianza. Distribución Normal estándar. Aproximación de la normal a la binomial (Enunciado del Teorema de Moivre- Laplace). Distribución normal truncada. Distribución normal multivariada.

3.4.- Distribución Gamma, exponencial y Chi-cuadrada. Distribución de Weibull. Medias y varianzas.

#### **TEMA 4: FUNCIONES DE VARIABLES ALEATORIAS**

4.1.- Transformación de variables aleatorias escalares y vectoriales. Caso discreto y continuo. Función característica. Función generadora de momentos. Propiedad reproductiva.

4.2.- Ley de los grandes números (forma de Bernoulli). Ley débil de los grandes números. Enunciado de la ley fuerte. Enunciado del Teorema Central del Límite. Aplicaciones.

#### **TEMA 5: INTRODUCCION A LA INFERENCIA ESTADISTICA**

5.1.- Introducción a la estimación de parámetros. Valor Esperado y Varianza de la media muestral. Estimación puntual de parámetros del modelo. Construcción de intervalos de confianza. Introducción a las pruebas de hipótesis. Nivel de significación de la prueba. Pruebas de hipótesis binarias y múltiples.

5.2.- Introducción a la estimación de variables aleatorias. Estimación óptima dada otra variable aleatoria. Estimación lineal de una variable aleatoria dada otra variable aleatoria. Estimación de máxima probabilidad a posteriori, estimación de máxima verosimilitud.

#### **TEMA 6: INTRODUCCION A LOS PROCESOS ALEATORIOS**

6.1.- Definición de procesos aleatorios: estructura probabilística; clasificación de los procesos aleatorios. Métodos de descripción: distribución conjunta; descripción analítica por medio de variables aleatorias; valores medios. Ejemplos de procesos aleatorios. Proceso de renovación ordinario. Cadenas de Markov en tiempo continuo. Proceso de Renovación alternante. Procesos aleatorios complejos.

6.2.- Procesos aleatorios estacionarios y débilmente estacionarios. Función de auto correlación de procesos aleatorios débilmente estacionarios. Función de correlación cruzada. Características espectrales de procesos aleatorios. Función de densidad espectral de potencia de procesos aleatorios débilmente estacionarios. Relación de Wiener – Khinchine. Promedios temporales y procesos aleatorios ergodicos. Espectro de potencia de procesos aleatorios complejos.



## TEMA 7: INTRODUCCION AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES ALEATORIAS

7.1.- Filtrado lineal de procesos estocásticos continuos en el tiempo. Filtrado lineal de procesos estocásticos discretos en el tiempo. Estimación lineal de procesos estocásticos discretos en el tiempo. Densidad espectral de potencia de procesos aleatorios continuos en el tiempo. Densidad espectral de potencia de procesos aleatorios discretos en el tiempo. Estimación lineal de procesos estocásticos continuos en el tiempo.

### METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA:

Se realiza una clase teórica-práctica de 2 horas de duración en el Laboratorio de Informática de la FI-UNRC orientada al desarrollo de los fundamentos conceptuales y metodológicos complementada con el uso de la Statistics Toolbox MATLAB® Version 7.0, y una clase práctica de 3 horas de duración en aula orientada al análisis y resolución de problemas, ambas una vez por semana. El material didáctico será soportado en la Plataforma Claroline, en la que los estudiantes deberán inscribirse al curso para acceder al material (<https://www.ing.unrc.edu.ar/claroline/>)

### MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

Durante el dictado de la asignatura se tomarán tres parciales y sus correspondientes recuperatorios de carácter *teórico-práctico* en las fechas señaladas en el cronograma. Para acceder a la regularidad o promoción de la materia será necesario obtener en cada caso los siguientes puntajes:

#### Regularidad:

Sumar como mínimo quince (15) puntos entre los tres (3) parciales o sus correspondientes recuperatorios, con una nota no inferior a cinco (5) en cada uno de ellos.

#### Promoción:

Sumar como mínimo veintiún (21) puntos entre los tres (3) parciales o sus correspondientes recuperatorios, con una nota **PROMEDIO no inferior a siete (7)** (sin registrar instancias evaluativas de aprobaciones con notas inferiores a **cinco (5) puntos**). **La promoción se registrará por: Res. CS 120/17 y Res. CD 138/18.**

#### Escala de Calificaciones:

ESCALA PORCENTUAL	ESCALA CONCEPTUAL	
Del 0 % a menos del 10 % de los contenidos	Desaprobado	
Del 10 % a menos del 20 % de los contenidos		
Del 20 % a menos del 30 % de los contenidos		
Del 30 % a menos del 40 % de los contenidos		
Del 40 % a menos del 50 % de los contenidos		
Del 50 % a menos del 60 % de los contenidos	Aprobado	Suficiente
Del 60 % a menos del 70 % de los contenidos		Bueno
Del 70 % a menos del 80 % de los contenidos		Muy Bueno
Del 80 % a menos del 90 % de los contenidos		Distinguido
Del 90 % a menos del 96 % de los contenidos		Sobresaliente
Del 96 % al 100% de los contenidos		



La modalidad de **EXAMEN LIBRE** consiste en la realización de un práctico que incluirá la resolución de cuatro (4) problemas de nivel de dificultad equivalente al de las tareas escritas de carácter práctico que se desarrollaron durante el curso, un práctico computacional que se desarrollará en la Sala de Simulación usando el software dedicado con el que se trabajó durante el curso y de un coloquio conceptual en el que el estudiante deberá desarrollar los principales conceptos de tres (3) temas del programa de estudios vigente de la materia que serán seleccionados por el tribunal examinador.

La modalidad de **EXAMEN REGULAR** consiste en la realización de un coloquio conceptual en el que el estudiante deberá desarrollar los principales conceptos de tres (3) temas del programa de estudios vigente de la materia que serán seleccionados por el tribunal examinador.

### CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES:

Clase N°	Semana N°	Docente	Temas	Actividades
1	1	M.C	Modelos matemáticos: determinísticos y estocásticos. Experimentos aleatorios. Espacio muestral: discreto y continuo. Eventos o sucesos: simples y compuestos. Operaciones con eventos: unión, intersección, complemento. Eventos mutuamente excluyentes. Axiomas de probabilidad. Propiedades. Espacio muestral finito. Espacio muestral finito equiprobable. Combinatoria. Probabilidad condicional. Teorema de multiplicación probabilidades. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes. Eventos mutuamente independientes.	Teórico-Practico
2	1	J.M C.C	Trabajo Practico N° 1	Resolución de problemas
3	2	M.C	Concepto de variable aleatoria. Variables aleatorias escalares y variables aleatorias vectoriales. Variables aleatorias reales y variables aleatorias complejas. Función de distribución de probabilidades. Función de distribución acumulada. Casos: discreto y continuo. Distribución de probabilidad conjunta.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
4	2	J.M C.C	Trabajo Practico N° 2	Resolución de problemas
5	3	M.C	Distribuciones marginales. Distribución condicional. Variables aleatorias independientes. Caso discreto y continuo. Esperanza matemática. Momentos. Función característica y función generadora de momentos. Varianza. Covarianza. Propiedades. Caso discreto y continuo. Teorema de Tchebychev.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
6	3	J.M C.C	Trabajo Practico N° 2	Resolución de problemas
7	4	M.C	Distribución uniforme: media y varianza. Distribución binomial: Media y varianza. Extensión de la distribución binomial: distribución multinomial. Distribución hipergeométrica: media y varianza, aproximación por la binomial. Extensión de la distribución hipergeométrica a una partición de K celdas. Distribución de Poisson: media y varianza. La distribución de Poisson como una aproximación a la binomial. Distribución geométrica, Distribución de	Teórico-Práctico – Lab. Informática





			Pascal: medias y varianzas.	
8	4	J.M C.C	Trabajo Practico N° 3	Resolución de problemas
9	5	M.C	Distribución Normal univariada: Media y varianza. Distribución Normal estándar. Aproximación de la normal a la binomial (Enunciado del Teorema de Moivre- Laplace). Distribución normal truncada. Distribución normal multivariada. Distribución Gamma, exponencial y $N^2$ . Distribución de Weibull. Medias y varianzas.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
10	5	J.M C.C	Trabajo Practico N° 3	Resolución de problemas
11	6	M.C	Transformación de variables aleatorias escalares y vectoriales. Caso discreto y continuo.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
12	6	J.M C.C	Trabajos Prácticos N°1 y N°2	1 <sup>er</sup> PARCIAL
13	7	M.C	Función característica. Función generadora de momentos. Propiedad reproductiva.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
14	7	J.M C.C	Trabajo Practico N° 4	Resolución de problemas
15	8	M.C	Ley de los grandes números (forma de Bernoulli). Ley débil de los grandes números. Enunciado de la ley fuerte. Enunciado del Teorema Central del Límite. Aplicaciones.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
16	8	J.M C.C	Trabajo Practico N° 4	Resolución de problemas
17	9	M.C	Estimación de parámetros. Valor Esperado y Varianza de la media muestral. Estimación puntual de parámetros del modelo. Construcción de intervalos de confianza. Introducción a las pruebas de hipótesis. Nivel de significación de la prueba. Pruebas de hipótesis binarias y múltiples.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
18	9	J.M C.C	Trabajos Prácticos N°3 y N°4	2 <sup>do</sup> PARCIAL
19	10	M.C	Estimación de variables aleatorias. Estimación óptima dada otra variable aleatoria. Estimación lineal de una variable aleatoria dada otra variable aleatoria. Estimación de máxima probabilidad a posteriori, estimación de máxima verosimilitud.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
20	10	J.M C.C	Trabajo Practico N° 5	Resolución de problemas
21	11	D. M	Definición de procesos aleatorios: estructura probabilística; clasificación de los procesos aleatorios. Métodos de descripción. Ejemplos de procesos aleatorios. Procesos aleatorios complejos. Procesos aleatorios estacionarios y débilmente estacionarios. Función de auto correlación de procesos aleatorios débilmente estacionarios.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
22	11	J.M C.C	Trabajo Practico N° 6	Resolución de problemas
23	12	D. M	Función de correlación cruzada. Características espectrales de procesos aleatorios. Función de densidad espectral de potencia de procesos aleatorios débilmente estacionarios. Relación de Wiener – Khinchine. Promedios temporales y procesos aleatorios ergodicos. Espectro de potencia de procesos aleatorios complejos.	Teórico-Práctico – Lab. Informática



24	12	J.M C.C	Trabajo Practico N° 6	Resolución de problemas
25	13	D. M	Filtrado lineal de procesos estocásticos continuos en el tiempo. Filtrado lineal de procesos estocásticos discretos en el tiempo. Estimación lineal de procesos estocásticos discretos en el tiempo.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
26	13	J.M C.C	Trabajo Practico N° 7	Resolución de problemas
27	14	D. M	Densidad espectral de potencia de procesos aleatorios continuos en el tiempo. Densidad espectral de potencia de procesos aleatorios discretos en el tiempo. Estimación lineal de procesos estocásticos continuos en el tiempo.	Teórico-Práctico – Lab. Informática
28	14	J.M C.C	Trabajo Practico N° 7	Resolución de problemas
29	15	J.M C.C	Trabajos Prácticos N°5, N°6 y N°7	3 <sup>er</sup> PARCIAL
30	15	J.M C.C	RECUPERATORIO DE PARCIALES	

**HORARIOS DE CLASE:**

Jueves de 16 a 19 hs, (Teórico/Práctico)  
Viernes 17 a 19 hs. (Teórico/Práctico)

**HORARIOS DE CONSULTA: Lunes de 9 a 13hs (Teórico/Práctico)**

**BIBLIOGRAFÍA:**

Título	Autor/es	Editorial	Año de Edición	Ejemplares Disponibles
<i>Probability and Random Processes.</i> Second Edition	CHILDERS, D. & MILLER, S.	Academic Press	2.012	1
<i>Probability and Stochastic Processes.</i> Second Edition	YATES, R. & GOODMAN, D.	Wiley	2.005	1
<i>Probability, Random Variables and Random Signal Principles.</i> Third Edition	PEEBLES, P	McGraw-Hill	1.993	1
<i>Probabilities, Random Variables, and Random Process: Digital and Analog.</i>	O'FLYN, M.	Wiley	1.990	1
<i>Probability, Random Variables, and Stochastic Process.</i> Third Edition.	PAPOULIS, A	McGraw-Hill	1.991	1
<i>Computational Statistics with MATLAB®</i>	MARTINEZ, W. & MARTINEZ, A.	Chapman & Hall	2.002	1



User Guide Statistics Toolbox MATLAB®	MATLAB®	MATLAB®	2.007	1
--	---------	---------	-------	---

**SOFTWARE:**

- Statistics Toolbox MATLAB® Version 7.10.0 (R2010a)

Firma Docente Responsable

Firma Secretario Académico