Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas,
Físico-Químicas y Naturales

FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE PROGRAMAS DE ASIGNATURAS
Año Lectivo: 2024
UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA: Lic en Matemática.
PLAN DE ESTUDIOS: 2008 versión 1
ASIGNATURA: Medida e integración, **Código:** 2263
MODALIDAD DE CURSADO: Presencial
DOCENTE RESPONSABLE: Fernando Mazzone(PI exclusivo)
EQUIPO DOCENTE: Fernando Mazzone(PI exclusivo)
REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral
UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS: 2° cuatrimestre de 3° año
RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Aprobada	Regular
	Topología (1917)

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria
CARGA HORARIA TOTAL:

Teóricas	hs	Prácticas	hs	Teóricas-Prácticas:	hs	Laboratorio:	hs
	60		60				

CARGA HORARIA SEMANAL:

Teóricas	hs	Prácticas	hs	Teóricas-Prácticas:	hs	Laboratorio:	hs
	4		4				

1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

La materia presenta una nueva teoría de la integral, a saber la integral de Lebesgue. De esta manera es una continuación natural de las materias Cálculos I, II y III (1921, 1928, 1929), también está fuertemente relacionada con la asignatura Topología (1917). La materia es, en cierta forma, la culminación del trayecto obligatorio de formación en análisis matemático. Si embargo, muchas de las asignaturas optativas que suelen dictarse son correlativas y utilizan los conceptos de Medida e Integración.

Entre las competencias que presupone el cursado podemos enumerar: capacidad de abstracción, capacidad de resolver problemas, capacidad de autogestionar el aprendizaje, capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones, capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática.

2. OBJETIVOS PROPUESTOS

Se aspira que el y la estudiante alcance los siguientes objetivos.

Generales

2. 1. Se apropie de lenguajes, métodos y conocimientos de la matemática.

2. 2. Desarrolle el pensamiento intuitivo.

2. 3. Aprenda a fundamentar sus conclusiones mediante argumentaciones formales y rigurosas.

2. 4. Integre los conocimientos de la asignatura a los conocimientos adquiridos en otros espacios curriculares de la carrera.

2. 5. Se vea incentivado a la exploración e investigación de nuevos resultados.

2. 6. Desarrolle la capacidad de resolver problemas.

2. 7. Desarrolle el espíritu crítico, entendiendo por esto la capacidad de analizar un razonamiento formal, de preguntarse por la razón de ser de una teoría y de interpelarnos sobre creencias arraigadas en nuestro pensamiento.

Específicos

2. 1. Construya el concepto de medida y de integral de Lebesgue.

2. 2. Opere eficientemente con cambios de variables.

2. 3. Comprenda la diferencia entre los distintos tipos de convergencia, y establezca relaciones entre ellas.

2. 4. Comprenda la noción abstracta de medida como función de conjunto σ-aditiva.

2. 5. Se inicie en el estudio del análisis funcional.

2. 6. Haga un examen crítico de la integral de Riemann, precisando sus alcances y límites

2. 7. Perciba la potencia instrumental de la integral de Lebesgue por sobre la integral de Riemann.

3. EJES TEMÁTICOS ESTRUCTURANTES DE LA ASIGNATURA Y ESPECIFICACIÓN DE CONTENIDOS

3. 1. **Contenidos mínimos (según plan de estudio vigente)** Medida de Lebesgue. Funciones medibles. Integral de Lebesgue. Lema de Fatou y Teorema de la Convergencia Mayorada. Teorema de Fubini. Espacios de Banach y de Hilbert. Espacios L^p. Relación entre la Teoría de la medida y la Teoría de Probabilidad.

3. 2. **Ejes temáticos o unidades**

Unidad 1. La integral de Riemann Sumas superiores e inferiores de de Darboux. Funciones Integrables Riemann. Ejemplos de función no integrable Riemann. Diversos ejemplos de funciones integrables Riemann discontinuas sobre conjuntos densos. Criterio de integrabilidad de Riemann. Contenido exterior de conjuntos. Criterio de intregrabilidad de Hankel.

Unidad 2. Medida de Lebesgue Medida de conjuntos elementales. Medida exterior. Conjuntos medibles. Conjuntos de Borel. Estructura conjuntos medibles. Conjunto de Vitali. Conjunto de Cantor. Criterio de Lebesgue para la integrabilidad Riemann.

Unidad 3. Funciones medibles Definición y propiedades elementales. Medibilidad y continuidad. Propiedades verdaderas en casi todo punto. Sucesiones de funciones medibles. Aproximación por funciones simples. Teoremas de Egorov y Lusin. Función de Cantor.

Unidad 4. Integral de Lebesgue La integral de Lebesgue para funciones medibles no negativas. Definición y propiedades elementales. Teorema de Beppo-Levi. Lema de Fatou. La integral de Lebesgue para una función medible. Teorema de la convergencia mayorada. La integral de Lebesgue y la integral de Riemann. Teorema de Tonelli y Teorema de Fubini.

Unidad 5. Medidas abstractas σ-álgebras y clases monótonas. Definición de espacio de medida. Espacios de Probabilidad. Medida exterior. Conjunto medible en el sentido de Carathéodory. Premedidas. Medida exterior inducida por una premedida. Funciones de variación acotada. Medida de Lebesgue-Stieltjes. Integración en un espacio de medida. Teoría de la Probabilidad.

Unidad 6. Espacios L^p Espacios Lp. Desigualdad de Hölder. Desigualdad de Cauchy-Schwartz. Teorema de representación de Riesz.

4. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

4. 1. **CLASES TEÓRICAS:** 4 horas semanales. La metodología que se desarrollará es la exposición por parte del docente de los fundamentos teóricos de los contenidos impartidos. Se incentivará la participación de los alumnos durante la clase, requiriendo que ellos aporten, por ejemplo, demostraciones de determinados hechos o, en general, soluciones a determinadas situaciones problemáticas que plantea el desarrollo teórico de la materia.

4. 2. **CLASES PRÁCTICAS:** 4 horas semanales. Se espera que los alumnos trabajen sobre los ejercicios de la práctica en forma independiente fuera de los horarios de la asignatura. Posteriormente estos ejercicios se discutirán durante la clase, el profesor tratará de favorecer que los alumnos autogestionen su aprendizaje.

5. PROGRAMAS Y/O PROYECTOS PEDAGÓGICOS INNOVADORES E INCLUSIVOS

No se prevé la ejecución de este tipo de actividades.

6. CRONOGRAMA TENTATIVO DE CLASES E INSTANCIAS EVALUATIVAS

6. 1. **Cronograma tentativo de clases e instancias evaluativas**

Semana	Teóricos	Prácticos	Actividad Evaluativa
1	Unidad 1	Unidad 1	
2	Unidad 1	Unidad 1	
3	Unidad 2	Unidad 2	
4	Unidad 2	Unidad 2	
5	Unidad 2	Unidad 2	
6	Unidad 3	Unidad 3	
7	Unidad 4	Unidad 4	Primer parcial
8	Unidad 4	Unidad 4	
9	Unidad 4	Unidad 4	
10	Unidad 4	Unidad 4	
11	Unidad 5	Unidad 5	
12	Unidad 6	Unidad 6	
13	-		Segundo Parcial
14	-		Recuparatorios parciales 1 y 2.

7. Bibliografía

7. 1. Bibliografía obligatoria y de consulta

[1] F. Acinas, S. y Mazzone. Introducción al análisis matemático, 2019. En preparación, no publicado.

[2] R.G. Bartle. *The Elements of Integration and Lebesgue Measure*. Wiley Classics Library. Wiley, 2014.

[3] D.M. Bressoud. *A Radical Approach to Real Analysis*. Classroom Resource Materials. Mathematical Association of America, 2007.

[4] D.M. Bressoud. *A Radical Approach to Lebesgue's Theory of Integration*. Classroom resource materials. Cambridge University Press, 2008.

[5] N.A. Fava and Felipe Zo. *Medida e integral de Lebesgue*. Colección Textos Universitarios. Instituto Argentino de Matemática, 1996.

[6] T. Hawkins. *Lebesgue's Theory of Integration: Its Origins and Development: Its Origins and Development*. Ams Chelsea Publishing Series. American Mathematical Society, 2001.

[7] F. Jones. *Lebesgue Integration on Euclidean Space*. Jones and Bartlett books in mathematics. Jones and Bartlett, 2001.

[8] E.M. Stein and R. Shakarchi. *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*. Princeton University Press, 2009.

[9] T. Tao. *An Introduction to Measure Theory*. Graduate studies in mathematics. American Mathematical Society, 2011.

7. 2. Plataformas/herramientas virtuales; materiales audiovisuales, otros.

- La bibliografía de la asignatura, guías de trabajos prácticos y notas de clase serán distribuídas a traves del SIAL.
- Se utilizaran software para visualizar algunos entes geométricos que se expondran en las clases.

8. DÍA Y HORARIOS DE CLASES

Martes y Jueves de 8hs a 12:00hs.

9. DÍA Y HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS

Se convendrá con los alumnos, durante el desarrollo de la materia, los horarios de las mismas

10. REQUISITOS PARA OBTENER LA REGULARIDAD

Evaluaciones Parciales: Se prevén dos exámenes parciales y sus correspondientes recuperatorios. Estos exámenes consistirán en aproximadamente 5 problemas de los cuales el o la estudiante deberá resolver correctamente al menos el 50 %.

Evaluación Final El examen final será oral y consistirá en evaluar la capacidad del alumno de exponer los fundamentos teóricos de la materia.

11. CARACTERÍSTICAS, MODALIDAD Y CRITERIOS DE LAS INSTANCIAS EVALUATIVAS

En las evaluaciones parciales se evaluará la capacidad del estudiantado para resolver problemas, su dominios de los conceptos fundamentales de la asignatura y la capacidad para transmitir razonamientos y expresarse.

En la evaluación final se procurará medir el alcance de las competencias comunicacionales y en el dominio de los conceptos fundamentales.

Es posible rendir la asignatura en condición de alumno libre.