



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

## FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE PROGRAMAS DE ASIGNATURAS

Año Lectivo: 2023

### UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**CARRERA/S:** Licenciatura en Matemática

**PLAN DE ESTUDIOS:** Licenciatura en Matemática Año 2008 versión 1

**ASIGNATURA:** Seminario de Especialización **CÓDIGO:** 2264

**MODALIDAD DE CURSADO:** Presencial

**DOCENTE RESPONSABLE:** Julio César Barros, Doctor en Ciencias Matemática, Profesor Adjunto, dedicación exclusiva, Efectivo.

**EQUIPO DOCENTE:** Dr. Marcos Salvai. Dr. Fabián Levis. Dra. Gabriela Palacio. Dra. Adriana Magallanes. Dr. David Ferreyra. Mg. Leopoldo Buri. Lic. Stefanía Demaría. Dr. Marcelo Ruiz.

**RÉGIMEN DE LA ASIGNATURA:** Cuatrimestral

**UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO:** Segundo Cuatrimestre de Tercer Año de la carrera.

**RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:**

Asignaturas aprobadas: Topología (1917)

Asignaturas regulares: Estructuras Algebraicas (1993)

**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:** Obligatoria

**CARGA HORARIA TOTAL:** 45 horas

<b>Teóricas:</b>	<b>45 hs</b>	<b>Prácticas:</b>	<b>---</b>	<b>Teóricas -</b>	<b>-----</b>	<b>Laboratorio:</b>	<b>-----</b>
				<b>Prácticas:</b>			

**CARGA HORARIA SEMANAL:** horas (según el plan de estudio vigente)

<b>Teóricas:</b>	<b>-----</b>	<b>Prácticas:</b>	<b>---</b>	<b>Teóricas -</b>	<b>-----</b>	<b>Laboratorio:</b>	<b>-----</b>
				<b>Prácticas:</b>			



## CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Este seminario es un espacio curricular en el que docentes del departamento asesoran a los estudiantes sobre las distintas líneas de investigación existentes dentro del Departamento de Matemática. Tiene por finalidad que el estudiante elija la línea de investigación en la que realizará asignaturas optativas y el trabajo final.

## OBJETIVOS PROPUESTOS

- Orientar al alumno en torno a su decisión de la línea de investigación a seguir para el Ciclo de Especialización.
- Adquirir la habilidad de integrar conocimientos.
- Redactar adecuadamente un informe acerca de trabajos académicos.
- Escribir un informe en lenguaje Latex.

## EJES TEMÁTICOS ESTRUCTURANTES DE LA ASIGNATURA Y ESPECIFICACIÓN DE CONTENIDOS

### 3.1. Contenidos mínimos

Movimiento de elipses. Desplazamiento versus distorsión. Tópicos en aproximación de funciones. Estadística aplicada al análisis y procesamiento de imágenes de teledetección. Perspectiva crítica de Modelización Matemática para la enseñanza. Análisis Matricial e Inversas Generalizadas. Problemas Teóricos en Ecuaciones Diferenciales y Cálculo de Variaciones. Estimación con datos en alta dimensión.

### 3.2. Especificación de Contenidos

#### 1. Movimiento de elipses. Desplazamiento versus distorsión:

Consideramos el conjunto  $E$  formado por todas las elipses en el plano de área constante igual a  $\pi$  (el área del círculo de radio 1), centradas en cualquier punto, con ejes no necesariamente paralelos a los ejes coordenados. Es una variedad diferenciable de dimensión cuatro, donde actúa el grupo de las transformaciones afines del plano que preservan el área. Una curva en  $E$  (para cada instante de tiempo, una elipse) se puede pensar como una elipse que se mueve. Se estudia una geometría pseudo-riemanniana en  $E$  que permite distinguir entre desplazamiento y distorsión. Entre otras preguntas, nos planteamos la mejor manera de llegar de una elipse a otra. Se buscará generalizar para elipses complejas y cuaterniónicas (que son ciertos elipsoides especiales en  $\mathbb{R}^4$  y  $\mathbb{R}^8$ , respectivamente). El tema tiene cierta relación con el artículo [1], pero es bastante diferente. Es para entrar a la geometría con ejemplos naturales y concretos; la especialización queda para más adelante. También, se trata de una situación que nos permite apreciar el significado de la homogeneidad en geometría.

#### 2. Tópicos en aproximación de funciones.

La teoría de aproximación busca funciones más simples que puedan aproximar mejor a una función dada. Esta teoría involucra una gran variedad de aspectos teóricos, incluyendo cuestiones de existencia, unicidad, caracterización y algoritmos de convergencia, tanto en relación con la variabilidad de la familia de normas como con la variabilidad de los dominios. Un problema particular de estudio es la teoría de mejor aproximación local, que consiste en encontrar un algoritmo óptimo para aproximar un conjunto finito de datos de una función. Esta línea proporciona numerosas herramientas desde un punto de vista teórico. Sus aplicaciones constituyen un área importante de la matemática aplicada y son la base de numerosos procesos de diferentes



naturalezas, como análisis numérico, optimización, probabilidad, estadística y ecuaciones diferenciales (y en diferencias), entre otras. En esta charla se muestra un patrón sorprendente que relaciona una función continua en un intervalo cerrado con su mejor aproximación uniforme desde de un subespacio de Chebyshev de dimensión finita. Como una consecuencia, se dará una valiosa herramienta en el ámbito de los métodos numéricos para obtener dicha aproximación.

### **3. Estadística aplicada al análisis y procesamiento de imágenes de teledetección.**

Con el objetivo de extraer y resumir la información que brindan datos de diferentes fuentes, se realizan análisis de datos utilizando métodos Estadísticos, tanto Univariados como Multivariados. Con la Teledetección se obtienen grandes volúmenes de datos, cuyo origen depende del sensor de donde provienen. En el Proyecto *Teoría y Aplicaciones Estadísticas: Análisis y Procesamiento de Imágenes de Teledetección* (que está culminando) trabajamos con imágenes provenientes de sensores ópticos y de radares y, utilizando distintos métodos estadísticos buscamos extraer información del medio ambiente, de manera eficiente. Para llevar adelante esto implementamos algoritmos en softwares como R, SNAP, ENVI.

### **4. Perspectiva crítica de Modelización Matemática para la enseñanza.**

El seminario se organiza en torno de tres ejes. En primer lugar, se presentan avances internacionales y locales en torno a la modelización matemática (MM) en el ámbito educativo. Se presentan producciones y discusiones que dan cuenta de las potencialidades del trabajo con modelización matemática para incentivar abordajes de naturaleza multidisciplinaria e implicando la intervención o el conocimiento de una variedad de comunidades de práctica. Se discute acerca de las contribuciones de los ambientes de aprendizajes compatibles con MM para la producción de sentido por parte de los estudiantes. En segundo lugar, se presentan diferentes perspectivas de trabajo con MM diferenciándolas según los objetivos que los orientan y se focaliza en una perspectiva de modelización socio-crítica que apunta a la formación de la ciudadanía mediante el tratamiento de problemáticas pertenecientes a la cotidianidad de los estudiantes y a la concientización acerca del rol de la matemática en la sociedad. En tercer lugar, se ilustra esta perspectiva compartiendo un escenario de modelización orientado por una perspectiva crítica y realizada con un grupo de estudiantes de Exactas de una Universidad. En este escenario los estudiantes abordan una cuestión crítica del momento político y social que están viviendo y las matemáticas se utilizan como apoyo para las reflexiones sobre esta cuestión crítica.

### **5. Acerca del rango de la suma de dos matrices rectangulares.**

El análisis matricial, a grandes rasgos, es el estudio de las matrices y sus propiedades. Muchos de los problemas dentro de esta área de estudio, involucran matrices singulares y/o rectangulares, en los cuales el uso de diferentes tipos de inversas generalizadas permite abordarlos de manera satisfactoria. En este sentido, la teoría de inversas generalizadas ha experimentado un fuerte impulso durante las últimas dos décadas, tanto en las aplicaciones a diferentes ramas de las matemáticas (teoría de optimización, sistemas singulares de control, cadenas de Markov, métodos iterativos), como así también a otras disciplinas científicas (estadística, criptografía, robótica, teoría de código, gráfica computacional), y con ello el interés por profundizar en su desarrollo teórico. La idea de esta charla es comentar sobre un interesante problema acerca del rango de la suma de dos matrices rectangulares: ¿bajo qué condiciones se tiene que el rango de la suma de dos matrices complejas arbitrarias es igual a la suma de sus rangos? En los años 70,



Meyer [6] y Murphy [7] presentaron condiciones suficientes basadas en la ortogonalidad de dos matrices rectangulares. En la prueba de Meyer se hace uso de la clásica inversa de Moore-Penrose mientras que en la de Murphy simplemente se usa una propiedad básica del rango de una matriz. Ambas técnicas son propias del análisis matricial y hacen énfasis en el famoso truco  $2 \times 2$  que involucra matrices en bloques adecuadas.

#### 6. Problemas Teóricos en Ecuaciones Diferenciales y Cálculo de Variaciones.

La charla estará dividida en ejes:

- i) En una primera parte se expondrán cuestiones referidas al proyecto en sí mismo; integrantes, líneas de trabajo, etc.
- ii) En segundo lugar, se hará una breve introducción a las ecuaciones diferenciales y se desarrollarán algunos ejemplos de las líneas expuestas con anterioridad. Más concretamente, se abordarán el problema de los N-cuerpos, modelos SIR para el tratamiento de epidemias y ejemplos de longitud de una curva a través del método variacional.
- iii) Se planteará a la estudiante un posible plan de formación.

#### 7. Estimación con datos en alta dimensión.

Los modelos gráficos permiten representar diferentes tipos de asociación entre las variables aleatorias que conforman las entradas de un vector aleatorio de dimensión  $p$ . El grafo asociado al modelo gráfico es una representación muy útil de tal asociación. Existen diferentes tipos de modelos de acuerdo al tipo de asociación que representan: el modelo gráfico Gaussiano, el modelo gráfico de covarianza y el binario de Ising, entre otros. Un problema muy interesante es el del aprendizaje de un modelo gráfico en alta dimensión que tiene unos pocos nodos, pero densamente conectados con otros. Mostraremos algunas estrategias de estimación de este tipo de modelos y analizaremos conjuntos de datos de genómica y de redes sociales.

### ACTIVIDADES A DESARROLLAR

Ciclo de charlas sobre las temáticas desarrolladas en los contenidos básicos

**CLASES DE TRABAJOS PRÁCTICOS DE LABORATORIO:** -----

**OTRAS:** -----

### PROGRAMAS Y/O PROYECTOS PEDAGÓGICOS INNOVADORES E INCLUSIVOS

No posee proyectos.

### CRONOGRAMA TENTATIVO DE CLASES E INSTANCIAS EVALUATIVAS

Semana	Responsable	Tema
20/10/2023	Marcos Salvai	Movimiento de elipses. Desplazamiento versus distorsión
27/10/2023	Fabián Levis	Tópicos en aproximación de funciones
31/10/2023	Gabriela Palacio	Estadística aplicada al análisis y procesamiento de imágenes de teledetección.



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

03/11/2023	Adriana Magallanes	Perspectiva crítica de Modelización Matemática para la enseñanza.
10/11/2023	David Ferreyra	Acerca del rango de la suma de dos matrices rectangulares.
17/11/2023	Stefania Demaria Leopoldo Buri	Problemas Teóricos en Ecuaciones Diferenciales y Cálculo de Variaciones
21/11/2023	Marcelo Ruiz	Estimación con datos en alta dimensión.

**Exámenes parciales:** No hay exámenes parciales.

## BIBLIOGRAFÍA

### 7.1. Bibliografía obligatoria y de consulta

#### 1.

[1] M. Salvai, Geodesic paths of circles in the plane *Revista Matemática Complutense* 24 (2011) 211-218. <https://www.famaf.unc.edu.ar/~salvai/pathcirfin.pdf>

#### 2.

[1] E.W. Cheney, *Introduction to Approximation Theory*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

[2] A. Kro'ó, A. Pinkus, Strong Uniqueness, *Surveys in Approximation Theory*, 5 (2010), 1-91. <https://arxiv.org/abs/1001.3070>.

[3] G.G. Lorentz, *Approximation of functions*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1966.

[4] M.J. Powell, *Approximation Theory and Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, 1981

[5] J.R. Rice, *The Approximation of Functions*, Volumen 1 Addison-Wesley series in computer science and information processing, Addison-Wesley publishing, Massachusetts, 1969.

#### 3.

[1] Chuvieco, E. (2019) *Teledetección ambiental: La observación de la Tierra desde el Espacio*. Digital Reasons

[2] James, G., Witten, D., Hastie, T., and Tibshirani, R. (2013). *An Introduction to Statistical Learning with Applications in R*, Springer, New York, NY.

[3] Jensen J. R. 2015. *Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective*. 4th Edition. Pearson Series in Geographic Information Science.

[4] Richards, J.A. 2022. *Remote Sensing Digital Image Analysis*. Springer. Sixth Edition.

#### 4.

[1] Araújo, J.L. y Martins, D.A. (2017). A Oficina de Modelagem #OcupaICEx: Empoderamento por medio da matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 6(12), 109–129.

[2] Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa - RELIME*, 11(1), 49-92.

[3] Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *Zentralblatt für didaktik der Mathematik - The International Journal on Mathematics Education, Karlsruhe*, 38(3), 293-301.



- [4] Bassanezi, R.C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- [5] Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham, Suiza: Springer.
- [6] Esteley, C. (2014). *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: voces y sentidos*. [Tesis de doctorado]. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.
- [7] Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302–310.
- [8] Magallanes, A. y Esteley, C. (2016). Empoderamiento: Una Caracterización al Interior de la Educación Matemática. *Revista Internacional de Educación para la Justicia social (RIEJS)*, 5(2), 181-191.
- [9] Niño Castillo, Y.C. (2019). *Modelación matemática en escenarios exploratorio-investigativos*. [Tesis de Maestría]. Tunja, Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- [10] Silva, C. y Kato, L. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica. *Bolema*, Rio Claro (SP), 26(43), 817-838.
- [11] Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En Valero, P. y Skovsmose, O. (eds.). *Educación matemática crítica: Una visión socio-política del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* (pp. 25-61). Bogotá, Colombia: Uniandes.
- [12] Stillman, G.A., Blum, W. y Kaiser, G.E. (2017). *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*. Cham, Suiza: Springer.
- [13] Stillman, G.A., Kaiser, G. y Lampen, C.E. (eds.). (2020). *Sense-making in Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice*. Cham, Suiza: Springer.
- [14] Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 99-128.
- [15] Valero, P. y Ravn, O. (2017). Recontextualizaciones y ensamblajes: ABP y matemáticas universitarias. *Didacticae*, (1), 4-25.
- [16] Villarreal, M., y Mina, M. (2020). Actividades Experimentales con Tecnologías en Escenarios de Modelización Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(67), 786- 824.

## 5.

- [1] A. Ben-Israel, T.N.E. Greville, *Generalized Inverses: Theory and Applications*, Segunda Ed. Springer-Verlag, New York (2003).
- [2] D. Bernstein, *Matrix Mathematics: Theory, Facts and Formulas*, Princeton University, New York (2009).
- [3] S.L. Campbell, C.D. Meyer, *Generalized Inverses of Linear transformations*, SIAM, Filadelfia (2009).
- [4] R. Penrose, A generalized inverse for matrices, *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 51 (1955) 466-473
- [5] C.R. Rao, S.K. Mitra, *Generalized Inverse of Matrices and Its Application*, John Wiley & Sons, New York 1971.
- [6] C D . Meyer, On the rank of the sum of two rectangular matrices, *Canad. Math. Bull.* 12 (1969), 508.
- [7] I. S. Murphy, The rank of the sum of two rectangular matrices, *Canad. Math. Bull.* 13 (3) (1970), 384.

## 6.

- [1] Jose de Jesus Esquivel-Gómez and Juan Gonzalo Barajas-Ramírez. Efficiency of quarantine and selfprotection processes in epidemic spreading control on scale-free networks. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28(1):013119, Jan 2018.



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

- [2] Kezan Li, Guanghu Zhu, Zhongjun Ma, and Lijuan Chen. Dynamic stability of an siqs epidemic network and its optimal control. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 66, 01 2019.
- [3] Yan Ning and Tianqing An. Existence and multiple solutions for nonautonomous second order systems with nonsmooth potentials. *Kodai Mathematical Journal*, 38(3), Oct 2015.
- [4] Bonotto, E., Federson, M., Mesquita, J.: *Generalized Ordinary Differential Equations in Abstract Spaces and Applications*. Wiley (2021).
- [5] C.A. Brebbia. *Topics in Boundary Element Research: Volume 2: Time-dependent and Vibration Problems*. Topics in Boundary Element Research. Springer Berlin Heidelberg, 2014. ISBN: 9783662296523.

7.

- [1] Anderson, T. (2003). *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*. John Wiley & Sons.
- [2] Tan, K. M., P. London, K. Mohan, S.-I. Lee, M. Fazel, and D. Witten (2014). Learning graphical models with hubs. *The Journal of Machine Learning Research* 15 (1), 3297–3331.
- [3] Wainwright, M. (2019). *High-Dimensional Statistics A Non-Asymptotic Viewpoint*. Cambridge University Press.

## DÍA Y HORARIOS DE CLASES

### TEORICAS:

Vienes de 14 a 17 horas

## DÍA Y HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS

## REQUISITOS PARA OBTENER LA REGULARIDAD Y LA PROMOCIÓN

- **Evaluaciones Parciales:** No Hay.
- **Evaluación Final:** La aprobación se alcanzará con la elaboración de un escrito relacionado con el tema elegido, para lo cual previamente elegirá un docente tutor que asesorará la elaboración del escrito y evaluará el mismo junto al docente coordinador.
- **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Para la regularización de esta asignatura el alumno deberá asistir a todas las exposiciones propuestas.
- **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** No hay.

## CARACTERÍSTICAS, MODALIDAD Y CRITERIOS DE LAS INSTANCIAS EVALUATIVAS

- **Asistencia al ciclo de exposiciones.**
- **Evaluación Final:** Aprobación de un trabajo elaborado como documento Latex sobre la temática que indique el tutor.
- **Evaluación Libre:** La asignatura no puede rendirse en condición de libre.

Dr. Julio C. Barros

**Profesor Responsable**

**Firma Secretario/a Académico/a**