



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

**FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE PROGRAMAS DE ASIGNATURAS**  
**Año Lectivo: 2022**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICO QUÍMICAS Y NATURALES**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**CARRERA/S:** Licenciatura en Matemática

**PLAN DE ESTUDIOS:** 2008-Versión 1

**ASIGNATURA:** Ecuaciones Variacionales Elípticas

**CÓDIGO:** 2279

**MODALIDAD DE CURSADO:** Presencial

**DOCENTE RESPONSABLE:** Dra. Claudia M. Gariboldi. Profesor Asociado Exclusivo.

**EQUIPO DOCENTE:** Mg. Carolina M Bollo. JTP Exclusivo.

**RÉGIMEN DE LA ASIGNATURA:** Cuatrimestral.

**UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO:** Segundo cuatrimestre de cuarto año.

**RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:**

Para Cursar	Para Rendir
Ecuaciones Diferenciales (1913): Regular	Ecuaciones Diferenciales (1913): Aprobada
Análisis Funcional (1916): Regular	Análisis Funcional (1916): Aprobada

**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:** Optativo.

**CARGA HORARIA TOTAL:** 144

<b>Teóricas:</b>	74 hs	<b>Prácticas:</b>	70 hs	<b>Teóricas -</b>	.... hs	<b>Laboratorio:</b>	.... hs
				<b>Prácticas:</b>			

**CARGA HORARIA SEMANAL:** horas (según el plan de estudio vigente)

<b>Teóricas:</b>	5 hs	<b>Prácticas:</b>	5 hs	<b>Teóricas -</b>	.... hs	<b>Laboratorio:</b>	.... hs
				<b>Prácticas:</b>			



## 1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Esta asignatura es optativa y corresponde al ciclo de especialización de la carrera Licenciatura en Matemática. Se dicta en el segundo cuatrimestre de cuarto año. En la misma, se desarrollan los siguientes conceptos fundamentales: Problemas clásicos del cálculo variacional. La variación y sus propiedades. Ecuación de Euler. Espacios de Sobolev. Inecuaciones variacionales elípticas en espacios de Hilbert. Teorema de Lions-Stampacchia. Lema de Lax-Milgram. Minimización de funcionales e inecuaciones variacionales. Aplicaciones a diversos problemas de la Física-Matemática e Ingeniería.

## 2. OBJETIVOS PROPUESTOS

El objetivo de este curso es introducir a los estudiantes en el estudio de la teoría fundamental de las inecuaciones variacionales elípticas y la minimización de funcionales para su aplicación a diversos problemas de la Matemática, la Física y la Ingeniería.

## 3. EJES TEMÁTICOS ESTRUCTURANTES DE LA ASIGNATURA Y ESPECIFICACIÓN DE CONTENIDOS

### 3.1. Contenidos mínimos (según consta en el plan de estudios de la carrera)

Inecuaciones variacionales elípticas en espacios de Hilbert. Inecuación variacional con forma bilineal, continua, coerciva y simétrica. Inecuación variacional con forma bilineal, continua, coerciva y no simétrica. Aplicaciones. Minimización de funcionales en espacios de Banach reflexivos. Relación entre inecuaciones variacionales y minimización de funcionales. Problemas de frontera libre: problema de la pared semipermeable, problema del obstáculo, fluido viscoso plástico de Bingham, problema de Stefan a dos fases. Análisis numérico de inecuaciones variacionales elípticas.

### 3.2. Ejes temáticos o unidades

#### UNIDAD 1: Introducción al Cálculo Variacional.

Problemas clásicos del cálculo de variaciones. Problema de la braquistócrona y de las líneas geodésicas. La variación y sus propiedades. Ecuación de Euler. Problemas sobre un extremo condicionado. Restricciones de igualdad. Problemas Isoperimétricos. Métodos directos: método de Ritz y método de Kantorovich.

#### UNIDAD 2: Espacios de Sobolev.

Espacios de Sobolev en dimensión  $n$ . Definición. Propiedades. Nociones de Distribuciones. Derivada de una distribución. Teoría de trazas. Desigualdad de Poincaré. Espacios duales. Inclusiones en espacios de Sobolev.

#### UNIDAD 3: Inecuaciones Variacionales en Espacios de Hilbert.



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

Inecuaciones variacionales elípticas en espacios de Hilbert. Proyección sobre un convexo y cerrado en un espacio de Hilbert. Inecuación variacional con forma bilineal, continua, coerciva y simétrica. Teorema de Lions-Stampacchia. Lema de Lax-Milgram. Aplicaciones.

#### **UNIDAD 4: Minimización de Funcionales e Inecuaciones Variacionales.**

Minimización de funcionales e inecuaciones variacionales. Diferenciabilidad Gateâux y sus aplicaciones. Relación entre problemas de mínimo e inecuaciones variacionales elípticas. Métodos de regularización y penalización. Aplicaciones.

#### **UNIDAD 5: Aplicaciones a Problemas de Frontera Libre.**

Aplicaciones a problemas de frontera libre. Problema de la pared semipermeable. Problema del obstáculo. Fluido viscoso plástico Bingham. Problema del dique poroso. Problema de Stefan a dos fases.

### **4. ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

La asignatura se dicta de manera presencial y posee un aula virtual en Classroom. Esta se utiliza como medio de comunicación entre el equipo docente y los alumnos, y en la misma se incorpora todo el material de trabajo (apuntes de teoría y guías de trabajos prácticos).

**CLASES TEÓRICAS:** Se dan dos clases teóricas semanales. En las mismas se introducen los conceptos fundamentales de la materia: definiciones, interpretaciones geométricas, propiedades y ejemplos de aplicación. Se pone énfasis en la formalización de los conceptos y en caso de corresponder, su interpretación física. Se incentiva la participación de los alumnos, induciéndolos a relacionar los nuevos temas con los conceptos desarrollados en otras asignaturas.

**CLASES PRÁCTICAS:** Se dan dos clases prácticas semanales. En las mismas se trabaja con ejercicios que permiten fomentar la destreza en los cálculos y afianzar los nuevos conceptos impartidos en la teoría.

**CLASES DE TRABAJOS PRÁCTICOS DE LABORATORIO:** No aplica.

**OTRAS:** La modalidad evaluativa es la siguiente: se toman dos parciales y sus correspondientes recuperatorios en modalidad presencial.

### **5. PROGRAMAS Y/O PROYECTOS PEDAGÓGICOS INNOVADORES E INCLUSIVOS**

No aplica.



## 6. CRONOGRAMA TENTATIVO DE CLASES E INSTANCIAS EVALUATIVAS

Semana	Día/Horas	Actividad: tipo y descripción*
1	16/19-08	Teórico: Unidad 1. Práctico: Práctica 1
2	23/26-08	Teórico: Unidad 1. Práctico: Práctica 1
3	30-08/02-09	Teórico: Unidad 2. Práctico: Práctica 2
4	06/09-09	Teórico: Unidad 2. Práctico: Práctica 2
5	13/16-09	Teórico: Unidad 3. Práctico: Práctica 3
6	20/23-09	Teórico: Unidad 3. Práctico: Práctica 3
7	27/30-09	Teórico: Unidad 3. Práctico: Práctica 3
8	04-10	<b>Primer Parcial</b>
9	11/14-10	Teórico: Unidad 4. Práctico: Práctica 4
10	18/21-10	Teórico: Unidad 4. Práctico: Práctica 4
11	25/28-10	Teórico: Unidad 4. Práctico: Práctica 4
12	01/04-11	Teórico: Unidad 5. Práctico: Práctica 5
13	08-11 11-11	Teórico: Unidad 5. Práctico: Práctica 5 <b>Segundo Parcial</b>
14	15-11 18-11	<b>Recuperatorio Primer Parcial</b> <b>Recuperatorio Segundo Parcial</b>

\*Teóricos, teóricos-prácticos, trabajos de laboratorios, seminarios, talleres, coloquios, instancias evaluativas, consultas grupales y/o individuales, otras.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

### 7.1. Bibliografía obligatoria y de consulta

- [1] **BREZIS H.** (2010) Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Springer Science and Business Media.
- [2] **DACOROGNA B.** (2014) Introduction to the Calculus of Variations. Imperial College Press.
- [3] **EKELAND I. - TEMAN R.** (1973) Analyse convexe et problemes variationnelles. Dunod-Gauthier Villars, Paris.
- [4] **ELSGOLTZ L.** (1994) Ecuaciones diferenciales y cálculo variacional. Editorial URSS. Moscú.
- [5] **GELFAND I.M. – FOMIN S.V.** (2000) Calculus of Variations. Dover Publications, Inc.
- [6] **KINDERLEHRER D. - STAMPACCHIA G.** (2000) An introduction to variational inequalities and their applications. SIAM.
- [7] **LIONS J.L.** (1968) Controle optimal des systemes gouvernés par des équations aux dérivées partielles. Dunod-Gauthier Villars, Paris.
- [8] **Mircea S. - Matei A.** (2009) Variational inequalities with applications. A study of antiplane frictional contact problems. Springer.
- [9] **TARZIA D.A.** (1981) Introducción a las inecuaciones variacionales elípticas y sus aplicaciones a problemas de frontera libre. Centro Latinoamericano de Matemática e Informática, CLAMI - CONICET, Nro. 5, Buenos Aires.
- [10] **TROUTMAN J.L.** (1996) Variational calculus and optimal control: optimization with elementary convexity. Springer Verlag, New York.
- [11] **Van Brunt B.** (2004) The calculus of variations. Springer.



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

## 7.2. Plataformas/herramientas virtuales; materiales audiovisuales, enlaces, otros.

Material didáctico: material digital teórico (discriminado por unidades) y guías de trabajos prácticos, subidos al aula virtual de la plataforma Classroom.

Plataformas: Classroom.

## 8. DÍA Y HORARIOS DE CLASES

Teóricos: Martes de 15hs a 18hs y Viernes de 16hs a 18hs.

Prácticos: Martes de 18hs a 21hs y Viernes de 18hs a 20hs.

## 9. DÍA Y HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS

Los días y horarios para clases de consultas se coordinan con los estudiantes.

## 10. REQUISITOS PARA OBTENER LA REGULARIDAD Y LA PROMOCIÓN

Para obtener la regularidad de la materia se deberá cumplimentar con el Régimen de Estudiantes y de Enseñanza de Grado de la Universidad Nacional de Río Cuarto. Res. C.S.120/17.

- a) Aprobar dos parciales en el transcurso del cuatrimestre, acreditando un mínimo del 50% de los conocimientos solicitados en el examen. En ese porcentaje deben estar incluidos los temas fundamentales de la asignatura. De no alcanzarse dicha calificación, el estudiante tendrá derecho a una instancia de recuperación para cada evaluación que acredite sus conocimientos de la asignatura.
- b) Tener una asistencia a las clases prácticas de al menos el 75%.

## 11. CARACTERÍSTICAS, MODALIDAD Y CRITERIOS DE LAS INSTANCIAS EVALUATIVAS

**Evaluaciones Parciales:** 2 parciales escritos y/o 2 recuperatorios escritos.

**Evaluación Final:** La evaluación final es de carácter oral. En la misma se evalúan contenidos impartidos en la teoría. Para aprobar, el estudiante, deberá responder bien, al menos al 50% de las consignas.

La asignatura puede rendirse en condición de libre.

Firma Profesor/a Responsable

Firma Secretario/a Académico/a