



FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE PROGRAMAS DE ASIGNATURAS en el CONTEXTO DE PANDEMIA por Covid-19

Año Lectivo: 2021

UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA: Lic en Matemática.

PLAN DE ESTUDIOS: 2008 versión 1

ASIGNATURA: Modelos Matemáticos, **Código:** 2265

MODALIDAD DE CURSADO: Presencial

DOCENTE RESPONSABLE: Marcelo Ruiz (PAS exclusivo), Fernando Mazzone (PI exclusivo)

EQUIPO DOCENTE: Marcelo Ruiz (PAS exclusivo), Fernando Mazzone (PI exclusivo)

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral

UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIOS: 2° cuatrimestre de 4° año

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Aprobada	Regular
Álgebra Lineal Aplicada (2261)	Ecuaciones Diferenciales (1913)
Cálculo Numérico computacional (2030)	

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

CARGA HORARIA TOTAL:

Teóricas	hs	Prácticas	hs	Teóricas-Prácticas:	hs	Laboratorio:	hs
	45		45				

CARGA HORARIA SEMANAL:

Teóricas	hs	Prácticas	hs	Teóricas-Prácticas:	hs	Laboratorio:	hs
	3		3				

1. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Hay una gran variedad de técnicas, métodos y teorías matemáticas que han demostrado ser muy eficientes para desarrollar modelos matemáticos, como ser Teoría Optimización, Teoría de Control, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Procesos Estocásticos, Regresión lineal, Modelos Gráficos, Autómatas Celulares, Teoría de Juegos, etc. Además la modelación matemática se aplica a una gran variedad de contextos: economía, biología, sociología, dinámica de los



lenguajes, física, distintos deportes, etc. De modo que una materia de un cuatrimestre de duración sobre la temática presupone una selección de temas a abordar. Atendiendo a la formación específica de los responsables del dictado se decidió desarrollar y analizar modelos de dinámica de sistemas mecánicos con ecuaciones diferenciales ordinarias con el fin de llegar a ideas clave como equilibrio y estabilidad. También se propone el estudio de los modelos matemáticos epidemiológicos por la relevancia que tienen estos temas en la actualidad. Se estudia el Proceso de Poisson por su importancia en la modelización de diferentes problemas de otras ciencias. Es importante la distinción entre modelo y estimación y en ese contexto se introducen nociones elementales de aprendizaje estadístico de un modelo a partir de modelos de regresión y clasificación. La diferencia entre precisión e interpretación, inferencia y predicción son importantes. Se estudian métodos empíricos como convalidación cruzada en el contexto del aprendizaje estadístico de un modelo.

La materia aporta a los alumnos en la capacidad de elaborar modelos matemáticos de fenómenos naturales, de analizar estos modelos con métodos analíticos y de resolverlos por medios computacionales.

La materia está fuertemente relacionada con las asignaturas Ecuaciones Diferenciales (1913), Probabilidades (1987) y Estadística (1991). Se utilizan también conceptos de Álgebra Lineal Aplicada (2261), Física (1930) y los Cálculos I, II y III (1921, 1928, 1929).

Entre las competencias que presupone el cursado podemos enumerar: capacidad de abstracción, capacidad de resolver problemas, capacidad de autogestionar el aprendizaje, capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones, capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática.

2. OBJETIVOS PROPUESTOS

Se aspira que el alumno alcance los siguientes objetivos.

2. 1. Que integre los conocimientos adquiridos durante el curso de su carrera en un marco conceptual ligado a las aplicaciones y al modelado matemático.
2. 2. Se apropie de lenguajes, métodos y conocimientos de otras disciplinas científicas.
2. 3. Mejore su capacidad para comunicarse con otros profesionales no matemáticos y brindarles asesoría en la aplicación de la matemática en sus respectivas áreas de trabajo.
2. 4. Se capacite en la habilidad de extraer información cualitativa de datos cuantitativos.
2. 5. Desarrolle la capacidad de utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas.
2. 6. Capacidad para contribuir en la construcción de modelos matemáticos a partir de situaciones reales.
2. 7. Adquiera conocimientos elementales de mecánica Lagrangiana y de modelos epidemiológicos compartimentados.
2. 8. Se adiestre en la utilización de métodos analíticos para el análisis de modelos.



2. 9. Adquiera conceptos de dinámica como puntos de equilibrio, estabilidad, mapeo de Poincaré.
2. 10. Incorpore el concepto de solución débil como el medio adecuado de modelizar algunos procesos físicos, particularmente los ligados a fricción seca.

3. EJES TEMÁTICOS ESTRUCTURANTES DE LA ASIGNATURA Y ESPECIFICACIÓN DE CONTENIDOS

3. 1. **Contenidos mínimos (según plan de estudio vigente)** Programación Lineal. Su papel en la Economía. Método simplex. Mecánica del continuo. Ecuaciones en derivadas parciales. Métodos de diferencias finitas y de elementos finitos.

3. 2. **Ejes temáticos o unidades**

Unidad 1. Python, Numpy, Scipy, Matplotlib Tipos de datos en numpy. Arreglos multidimensionales. Biblioteca Scipy. Solución numérica de ecuaciones. Gráficos, Matplotlib. [19].

Unidad 2. Análisis Dimensional El concepto de dimensión. Cantidades adimensionales. El Teorema II de Buckingham. Aplicaciones al análisis de modelos. [4, 5, 8, 11–13, 20, 25].

Unidad 3. Principios de la Mecánica Punto material. Sistemas de puntos materiales. Sistemas de coordenadas inerciales. Leyes de movimiento de Newton. Principio de inercia. Principio de acción y reacción. Masa inercial. Segunda Ley de Newton. Fuerzas inerciales. Principio de determinación de Laplace. Fuerzas externas. Ecuaciones de movimiento de Newton. Ley de balance de momentos. Ley de balance de momento angular. Ley de conservación de energía. Fuerzas activas y reactivas. Restricciones. Coordenadas Lagrangianas. Grados de libertad de un sistema. El péndulo simple. Deducción de la ecuación. Leyes de conservación. Experimentos numéricos. Análisis cualitativo. Soluciones homoclínicas. Demostración de la existencia de soluciones heteroclínicas, periódicas y no acotadas. Simetrías de la ecuación. Fórmula para el periodo. Integral elíptica completa de primera especie. Soluciones exactas en términos de funciones elípticas de Jacobi. Otros tipos de péndulos: esférico y doble, estudio y análisis de soluciones. Elasticidad. Ley de Hooke. Sistema de resorte y guía. Conservación de la energía. Reducción a una ecuación adimensional. Retratos de fases. Soluciones homoclínicas. Restricciones móviles. Mapeo de Poincaré y soluciones periódicas. [2, 3, 9, 15, 20, 21].

Unidad 4. Modelos Epidemiológicos Compartimentados Modelos compartimentados. Influencia de la demografía. Modelos SIS, SIR y SEIR. El parámetro $\mathcal{R}_0$. La relación final. Equilibrios y extinción. [1, 6, 7, 17].

Unidad 5. El proceso de Poisson Modelos probabilísticos. Proceso de Poisson. Procesos de punto. Axiomática. Distribución de un proceso de Poisson. Tiempos de espera. El proceso de Poisson espacial. Aplicaciones. [16, 22, 26].

Unidad 6. Regresión lineal Distribuciones condicionales y predicción. Regresión lineal. Mínimos cuadrados. El modelo lineal simple: distribución de los estimadores. Intervalos de predicción. Residuos. Regresión lineal múltiple. Aplicaciones. [14, 16]



Unidad 7. Aprendizaje estadístico Modelos estadísticos. Aprendizaje de máquinas y aprendizaje estadístico. Aprendizaje supervisado versus no supervisado. Regresión versus clasificación. Compromiso entre precisión e interpretación. Inferencia y predicción. Error de entrenamiento y error test. Compromiso sesgo varianza. Selección de modelos en regresión lineal múltiple. Métodos de remuestreo. Aplicaciones. [10, 14, 24].

Unidad 8. Programación Lineal Método simplex. Aplicaciones a la economía. [23].

Unidad 9. Medios Continuos Ecuaciones en derivadas parciales. Métodos de diferencias finitas y de elementos finitos. [18]

4. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

4. 1. **Actividades en modalidad virtual** La asignatura está planteada de forma que predomine la actividad práctica. Se prevee el dictado de clases teóricas durante las primeras 11 semanas, luego de las cuales todas las horas de clases y todo el personal asignado a la materia serán destinadas a la resolución de actividades prácticas.

Se desarrollarán clases virtuales sincrónicas por medio de alguna plataforma que posibilite la grabación de las clases.

CLASES TEÓRICAS: 3 horas semanales. La metodología que se desarrollará es la exposición por parte del docente de los fundamentos teóricos de los contenidos impartidos. Se incentivará la participación de los alumnos durante la clase, requiriendo que ellos aporten, por ejemplo, demostraciones de determinados hechos o, en general, soluciones a determinadas situaciones problemáticas que plantea el desarrollo teórico de la materia.

CLASES PRÁCTICAS: 3 horas semanales. Se espera que los alumnos trabajen sobre los ejercicios de la práctica en forma independiente fuera de los horarios de la asignatura. Posteriormente estos ejercicios se discutirán durante la clase, el profesor tratará de favorecer que los alumnos autogestionen su aprendizaje. Se incorporará la computadora como recurso pedagógico y para implementar la resolución de problemas complejos. Se usará el lenguaje Python y módulos científicos para este lenguaje: SymPy, Scipy, NumPy y Matplotlib. También se utilizará el lenguaje R.

5. CRONOGRAMA TENTATIVO DE CLASES E INSTANCIAS EVALUATIVAS a realizar en la virtualidad y en la presencialidad

5. 1. **Cronograma tentativo de clases e instancias evaluativas a realizar en la virtualidad.**



Semana	Teóricos	Prácticos	Parciales/ Recuperatorios
1	Unidad 1	Unidad 1	
2	Unidad 2	Unidad 1	
3	Unidad 2	Unidad 2	
4	Unidad 3	Unidad 3	
5	Unidad 3	Unidad 3	
6	Unidad 3	Unidad 3	
7	Unidad 4	Unidad 4	
8	Unidad 4	Unidad 4	1ra Actividad evaluativa
9	Unidad 5	Unidad 5	
10	Unidad 5	Unidad 5	
11	Unidad 6	Unidad 6	
12	Unidades 6 y 7	Unidad 7	
13	Unidad 7	Unidad 7	2da Actividad Evaluativa
14	Unidades 8 y 9	Unidades 8 y 9	

6. Bibliografía

6. 1. Bibliografía obligatoria y de consulta

- [1] Linda S. Allen. *Stochastic Population and Epidemic Models: Persistence and Extinction*. Springer International Publishing, sep 2015.
- [2] V.I. Arnold, E. Khukhro, V.V. Kozlov, and A.I. Neishtadt. *Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics*. Encyclopaedia of Mathematical Sciences. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [3] V.I. Arnold, K. Vogtmann, and A. Weinstein. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*. Graduate Texts in Mathematics. Springer New York, 2013.
- [4] Edward A. Bender. *An Introduction to Mathematical Modeling*. Courier Corporation, jul 2000.
- [5] George W. Bluman and Sukeyuki Kumei. *Symmetries and Differential Equations*. Springer, ago 1989.
- [6] Fred Brauer and Carlos Castillo-Chavez. *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Springer Science & Business Media, mar 2013.
- [7] Fred Brauer, Carlos Castillo-Chavez, and Zhilan Feng. *Mathematical Models in Epidemiology*. Springer Nature, oct 2019.
- [8] Clive Dym. *Principles of Mathematical Modeling*. Academic Press, ago 2004.

- [9] H. Goldstein. *Mecánica clásica*. Reverté, 1987.
- [10] T. Hastie, R. Tibshirani, and M. Wainwright. *All of Statistics*. Chapman & Hall, 2015.
- [11] Matti Heiliö, Timo Lähivaara, Erkki Laitinen, Timo Mantere, Jorma Merikoski, Kimmo Rai-vio, Risto Silvennoinen, Antti Suutala, Tanja Tarvainen, Timo Tiihonen, Jukka Tuomela, Esko Turunen, and Marko Vauhkonen. *Mathematical Modelling*. Springer International Publishing, jul 2016.
- [12] Mark H. Holmes. *Introduction to the Foundations of Applied Mathematics*. Springer Science & Business Media, jul 2009.
- [13] Sam Howison. *Practical Applied Mathematics: Modelling, Analysis, Approximation*. Cam-bridge University Press, mar 2005.
- [14] G. James, D. Witten, T. Hastie, and R. Tibshirani. *An Introduction to Statistical Learning with Applications in R*. Springer, 2013.
- [15] N.A. Lemos. *Mecânica Analítica*. LIVRARIA DA FISICA, 2007.
- [16] R. Maronna. *Probabilidad y Estadística Elementales para Ciencias e Ingeniería*. UNLP, 2021.
- [17] Maia Martcheva. *An Introduction to Mathematical Epidemiology*. Springer, oct 2015.
- [18] Fernando Mazzone. Aplicaciones de las ecuaciones en derivadas parciales a la dinámica de medios continuos, 2014. Notas del curso Ecuaciones Diferenciales de la Maestría en Matemática Aplicada-UNRC.
- [19] Fernando Mazzone. Introducción numpy-scipy-matplotlib, 2019. Notebook.
- [20] Fernando Mazzone. Modelos matemáticos, 2019. Notas de clase.
- [21] Antonio Romano Nicola Bellomo, Luigi Preziosi. *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica®*. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Birk-häuser Basel, 1 edition, 2000.
- [22] Sheldon Ross. *Introduction to Probability Models*. Academic Press, 2010.
- [23] Gilbert Strang. *Linear algebra and its applications*. Harcourt, Brace, Jovanovich, Publishers, 3rd ed edition, 1988.
- [24] Larry Wasserman. *Statistical Learning with Sparsity: The Lasso and Generalizations*. Sprin-ger, 2004.
- [25] Thomas Witelski and Mark Bowen. *Methods of Mathematical Modelling: Continuous Sys-tems and Differential Equations*. Springer, sep 2015.
- [26] Victor Yohai. *Notas de Probabilidad y Estadística*. UBA, 2016.

6. 2. Plataformas/herramientas virtuales; materiales audiovisuales, otros.

- La bibliografía de la asignatura, guías de trabajos prácticos y notas de clase serán distribuidas a través del SIAL.
- Se dictarán clases sincrónicas a través de plataformas que permitan el grabado de las clases. Los videos de las mismas serán mantenidos en google-drive.



- Otro material de trabajo son los recursos de programación. Se utilizarán el lenguaje Python y librerías de este lenguaje específicas para el computo numérico, simbólico y para la visualización, numpy, scipy y matplotlib. Se recomendará la descarga de la distribución Anaconda que de manera sencilla descarga todos estos recursos. Para la modelización estadística se utilizará el lenguaje R con sus librerías específicas.

7. DÍA Y HORARIOS DE CLASES VIRTUALES y PRESENCIALES

Martes de 16hs a 19:00hs y Jueves de 16:00 a 19:00.

8. DÍA Y HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS VIRTUALES y PRESENCIALES

Se convendrá con los alumnos, durante el desarrollo de la materia, los horarios de las mismas

9. REQUISITOS PARA OBTENER LA REGULARIDAD

Evaluaciones Parciales: Se le presentará al alumno una serie de problemas que deberá presentar debidamente resueltos. Cada semana de por medio deberá entregar un nómina previamente establecida de estos problemas. El trabajo puede ser grupal. Toda esta actividad se prevee en un marco virtual.

Evaluación Final El examen final consistirá en evaluar la capacidad del alumno de exponer oralmente los fundamentos teóricos de la materia.

10. CARACTERÍSTICAS, MODALIDAD Y CRITERIOS DE LAS INSTANCIAS EVALUATIVAS

Se priorizará la evaluación formativa o de seguimiento de los estudiantes a los efectos de alcanzar la regularidad. En esta instancia se pondrá atención en medir el alcance de los objetivos 2. 1,2. 4,2. 5,2. 6 y 2. 8.

En la evaluación final se procurará medir el alcance de las competencias comunicacionales y en el dominio de los conceptos fundamentales, objetivos 2. 2,2. 3,2. 7,2. 9 y 2. 10.

Es posible rendir la asignatura en condición de alumno libre.

Dr. Marcelo Ruiz

Dr. Fernando Mazzone