



"1983/2023 - 40 Años de Democracia"

Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ASIGNATURAS



UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA/S: Licenciatura en Matemática.

PLAN DE ESTUDIOS: 2008

ASIGNATURA: Introducción a la Teoría de Aproximación.

CÓDIGO: 2278

MODALIDAD DE CURSADO. PRESENCIAL

DOCENTE RESPONSABLE: Fabián Eduardo Levis, Dr. en Ciencias Matemáticas, Profesor Asociado Exclusivo.

EQUIPO DOCENTE: Albina Natalia Priori, Dra. en Ciencias Matemáticas, Profesor Adjunta Exclusiva.

AÑO ACADÉMICO: 2020.

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral.

UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO: Primer cuatrimestre del cuarto año.

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Asignaturas aprobadas: Topología (1917).

Asignaturas regulares: Medida e integración (2263).

CARGA HORARIA TOTAL:

Teóricas:	Hs. 84	Prácticas:	Hs. 70	Teóricas-Prácticas:	Hs. 0	Laboratorio:	Hs. 0
-----------	--------	------------	--------	---------------------	-------	--------------	-------

CARGA HORARIA SEMANAL:

Teóricas:	Hs. 6	Prácticas:	Hs. 5	Teóricas-Prácticas:	Hs. 0	Laboratorio:	Hs. 0
-----------	-------	------------	-------	---------------------	-------	--------------	-------



Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

"1983/2023 - 40 Años de Democracia"

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Optativa.

A. FUNDAMENTACIÓN

Este curso está dirigido a estudiantes que tienen un interés activo en la investigación de temas relacionados con el análisis numérico y la ciencia de computación. El mismo pretende sentar las bases teóricas para el más amplio campo de análisis numérico mirando algunos de los temas clásicos de la teoría de la aproximación. Esta teoría busca funciones más simples que puedan aproximar mejor a una función dada e involucra una gran variedad de aspectos teóricos, entre ellos, existencia, unicidad, caracterización y algoritmos de convergencia, tanto en cuestiones de variabilidad de la familia de normas como de clases aproximantes.

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

El objetivo de este curso es introducir a los alumnos al estudio de ciertos problemas de mejor aproximación en espacios normados desde subespacios lineales, haciendo énfasis cuando la clase aproximante es el espacio de polinomios de un grado fijo o un subespacio de Haar y las medidas de desviación son las normas clásicas en L_p , $p=1,2$ y ∞ .

C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR

Mejor aproximación en espacios normados. Aproximación por polinomios algebraicos. Mejor aproximación en la norma uniforme. Mejor aproximación por mínimos cuadrados. Mejor aproximación en norma L_1 .

D. PROGRAMAS Y/O PROYECTOS PEDAGÓGICOS INNOVADORES E INCLUSIVOS

No aplica.

E. ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

CLASES TEÓRICAS: Se dictan 6 hs semanales de exposiciones por parte de los docentes de la asignatura.

CLASES PRÁCTICAS: Se destinan 5 hs. semanales para la resolución de ejercicios y la discusión de resultados.

- F. HORARIOS DE CLASES:** Clases teóricas: Lunes y Viernes de 8:00 a 11:00 hs.
Clases prácticas: Lunes de 11:00 a 13:00 y Viernes de 11:00 a 14:00 hs.

HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS: Lunes de 13:00 a 14:00 hs.



Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

"1983/2023 - 40 Años de Democracia"

G. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

- **Evaluaciones Parciales:** Los exámenes parciales serán dos y versarán sobre ejercicios del tipo de aquellos desarrollados en los trabajos prácticos.
- **Evaluación Final:** En el caso de los alumnos regulares el examen final será oral y versará sobre los aspectos teóricos impartidos en el curso. En el caso de los alumnos libres previamente a la exposición oral, deberá aprobarse un examen escrito sobre los temas tratados en los trabajos prácticos

H. **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Para la regularización de esta asignatura el alumno deberá tener una asistencia del 80% a las clases prácticas y aprobar dos parciales, teniendo cada parcial la posibilidad de ser recuperado una vez.

I. **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** No Aplica.

PROGRAMA ANALÍTICO

A. CONTENIDOS

UNIDAD 1: Mejor Aproximación en Espacios Normados

Introducción y Notación. Existencia del Mejor Aproximante. Caracterización del Mejor Aproximante. Unicidad del Mejor Aproximante. Continuidad del Operador de Mejor Aproximación.

UNIDAD 2: Aproximación por Polinomios Algebraicos

Historia. Integral de Gauss. Teorema original de Weierstrass. Polinomios de Bernstein. Versión según Bernstein del teorema de Weierstrass. Versión según Lebesgue del teorema de Weierstrass. El teorema de Aproximación de Stone-Weierstrass.

UNIDAD 3: Mejor Aproximación en la Norma Uniforme

Teorema de Alternancia de Chebyshev. Espacios de Haar. Otro teorema de caracterización. Unicidad fuerte. Aproximación sobre subconjuntos finitos. Algoritmo de La Vallée Poussin. Algoritmo de Remez.

UNIDAD 4: Mejor Aproximación por Mínimos Cuadrados

Introducción. Teorema de caracterización de mínimos cuadrados. Método de Cálculo. Polinomios ortogonales. Relación de recurrencia y propiedades. Cuadratura Gaussiana. Caracterización de polinomios ortogonales. Aproximación como límite de mejores aproximantes

UNIDAD 5: Aproximación en la norma L1



Introducción. Conjunto convexo K. Planos tangentes de K Caracterización de mejores aproximantes en L_1 . Unicidad y conjuntos de Chebyshev. Polinomios algebraicos y trigonométricos. Aproximación sobre conjuntos finitos

B. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES

Semana	Teóricos	Día/Fecha	Prácticos	Día/Fecha	Laboratorios	Parciales / Recuperatorios
1-2	Unidad 1		Unidad 1			
3-5	Unidad 2		Unidad 2			
6-8	Unidad 3		Unidad 3			30/05 1º Parcial
9-11	Unidad 4		Unidad 4			
12-14	Unidad 5		Unidad 5			01/06 1º Parcial 07/06 2º Recuperator. 15/05 2º Recuperator.

C. BIBLIOGRFÍA

- [1] R.G. BARTLE, The elements of Real Analysis, John Wiley and Sons Inc., New York, (1976).
- [2] S.N. BERNSTEIN, Sur les recherches récentes relatives é la meilleure approximation des fonctions continues par les polynomes, Proc. of 5th Inter. Math. Congress, 1 (1912), 256-266.
- [3] E.W. CHENEY, Introduction to Approximation Theory, McGraw-Hill Book Company, New York, (1966).
- [4] M. CLAPP, Análisis Matemático, Papirhos IM-UNAM, México, (2015).
- [5] CH. J. DE LA VALLÉE POUSSIN, Sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle et leurs dérivées par des polynomes et des suites limite es de Fourier, Bull. Acad. Royale Belgique, 3 (1908), 193-254.
- [6] L. FEJÉR, Sur les fonctions bornées et intégrables, C.R. Heb. Séances Acad. Sci. Paris, 131 (1900), 984-987.
- [7] E. LANDAU, Über die Approximation einer stetigen Funktion durch eine ganze rationale Funktion, Rend. Circ. Mat. Palermo, 25 (1908), 337-345.
- [8] H. LEBESGUE, Sur l'approximation des fonctions, Bull. Sci. Math., 22 (1898), 278-287.
- [9] F.E. LEVIS, Introducción a la Teoría de Aproximación. Universidad Nacional de Río Cuarto. 2015.
- [10] G.G. LORENTZ. Approximation of Functions. AMS Chelsea Publishing, 1986.
- [11] D.S. LUBINSKY, Weierstrass' Theorem in the twentieth century: a selection, Quaestiones Mathematicae, 18 (1995), 91-130.
- [12] G. MITTAG-LEFFLER, Sur la représentation analytique des fonctions d'une variable réelle, Rend. Circ. Mat. Palermo, 14 (1900), 217-224.
- [13] S. PEDERSEN, From Calculus to Analysis, Springer, New York, (2015).
- [14] E. PICARD, Sur la représentation approchée des fonctions, C. R. Heb. Séances Acad. Sci. Paris, 112 (1891), 183-186.
- [15] M.J. POWELL. Approximation Theory and Methods, Cambridge University Press, 1981



"1983/2023 - 40 Años de Democracia"

*Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales*

- [16] A. PINKUS, Weierstrass and Approximation Theory, J. Approx. Theory, 107 (2000), 1-66.
- [17] J.R. RICE. The approximation of functions: Vol 1, Linear Theory, Addison Wesley, 1964.
- [18] I. SINGER, Best Approximation in Normed Linear Spaces by Elements of Linear Subspaces, Publishing House of the Academy of the Socialist Republic of Romania, Bucharest, 1970.
- [19] V. VOLTERRA, Sul principio di Dirichlet, Rend. Circ. Mat. Palermo, 11 (1897), 83-86.
- [20] K. WEIERSTRASS, Über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Functionen einer reellen Veränderlichen, Sitzungsber. Akad. Berlin, (1885), 633-639, 789-805.
- [21] K. WEIERSTRASS, Mathematische Werke, Mayer & Muller: Berlin, (1903).

Firma Profesor/a Responsable