

### FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE PROGRAMAS DE ASIGNATURAS en el CONTEXTO DE PANDEMIA por Covid-19<sup>1</sup>

Año Lectivo: 2020

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA/S: Licenciatura en Matemática

**PLAN DE ESTUDIOS: 2008** 

ASIGNATURA: Álgebra Lineal Aplicada CÓDIGO: 2261

MODALIDAD DE CURSADO: a distancia

**DOCENTE RESPONSABLE:** Dra. Claudia Gariboldi. Profesora Asociada Exclusiva.

**EQUIPO DOCENTE:** Prof. Andrea Maero. Jefe de Trabajos Prácticos Exclusiva.

**RÉGIMEN DE LA ASIGNATURA:** cuatrimestral.

UBICACIÓN EN EL PLAN DE ESTUDIO: segundo cuatrimestre de segundo año.

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Asignaturas aprobadas: Álgebra Lineal I.

Asignaturas regulares: -----

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria.

CARGA HORARIA TOTAL: 98 horas

Teóricas:56 hsPrácticas:42 hsTeóricas - Prácticas: hsLaboratorio:
---

#### **CARGA HORARIA SEMANAL:** 7 horas

Prácticas:
------------

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Res. CS 120/2017 y Res. CD 049/2020



#### A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura Algebra Lineal Aplicada corresponde al segundo cuatrimestre del segundo año de la carrera de Licenciatura en Matemática. Uno de los objetivos fundamentales del Álgebra Lineal es la resolución de ecuaciones lineales simultáneas. En muchas aplicaciones, las matrices que se desprenden de los sistemas de ecuaciones planteados son de gran tamaño. Por ello, en la actualidad, el cálculo se realiza a través de computadoras. El Álgebra Lineal proporciona las herramientas que permiten descomponer una matriz genérica en el producto de matices más simples a los efectos de crear algoritmos computacionales más eficientes. Es en este sentido, que en esta asignatura se estudian distintas técnicas de descomposición de matrices. El análisis de algoritmos en el área de cómputos matriciales requiere de conocimientos en Algebra Lineal, por lo que los prerrequisitos para cursar la asignatura es haber realizado un primer curso en esa área y tener alguna experiencia computacional en el uso del software Octave. Se comienza el dictado de la asignatura con una revisión de los conceptos más relevantes del Algebra Lineal relacionados con sistemas de ecuaciones lineales, el método de Gauss y su variante, el método de Gauss Jordan. Luego, dado que una práctica común es reducir sistemas lineales generales a una forma triangular, se incorpora la factorización LU de una matriz y sus variantes: cuando la matriz es simétrica y cuando es definida positiva (la factorización de Cholesky). Posteriormente, se estudian distintas normas de matrices, las cuales son utilizadas para medir errores en cómputos matriciales, por lo que se necesita entender cómo computarlas y manipularlas. La sección sobre ortogonalidad tiene un rol importante en los cómputos matriciales puesto que los métodos ortogonales producen frecuentemente algoritmos numéricamente estables para cálculos en aritmética de punto flotante. Para la resolución de sistemas sobredeterminados, la mayoría de los procedimientos involucra la reducción de la matriz de coeficientes vía transformaciones ortogonales. Las reflexiones de Householder y las rotaciones de Givens son centrales en este proceso. Se trabaja el cómputo de la factorización QR, donde Q es ortogonal y R es triangular superior. La descomposición a valores singulares juega un papel central en el Algebra Lineal, ya que es una reducción que proporciona información crítica dentro de las nociones importantes de rango y distancia entre subespacios. Se trabaja sobre la teoría de autovalores y autovectores y la diagonalización de matrices por medio de transformaciones semejantes. Se incluye diagonalización por bloques y la forma de Jordan. Se destaca, que si bien en todo el proceso de aprendizaje de la asignatura la geometría es incluida para establecer lazos entre la teoría general abstracta y su intuitiva y visual interpretación, la formalización matemática juega el rol más importante.

#### **B.** OBJETIVOS PROPUESTOS

Que los alumnos sean capaces de:

- Adquirir y aplicar conocimientos avanzados del Álgebra Lineal, reconociéndola como una herramienta útil para su aplicación en diversas áreas.
- Desarrollar la intuición en el proceso de construcción de las nociones del Álgebra Lineal.
- Obtener habilidades algebraicas para resolver e interpretar problemas.
- Alcanzar una mayor fluidez en el lenguaje, en el simbolismo y en la formalización.
- Enriquecer su forma de trabajo, desarrollar espíritu crítico y lograr una continua reflexión sobre su acción en el desarrollo de la matemática como herramienta para la tarea científica.



### C. EJES TEMÁTICOS ESTRUCTURANTES DE LA ASIGNATURA Y ESPECIFICACIÓN DE CONTENIDOS

#### C.1. Contenidos mínimos (según plan de estudio vigente)

Sistemas de ecuaciones. Aplicaciones a los circuitos eléctricos y a la solución numérica de ecuaciones diferenciales. Descomposición LU. Normas matriciales. Método de Gram-Schmidt. Descomposición QR. Matrices unitarias y ortogonales. Reducción ortogonal. Descomposición SVD. Diagonalización. Matrices normales y simétricas. Matrices definidas positivas. Matrices nilpotentes y formas de Jordan.

#### C.2. Ejes temáticos o unidades

#### Unidad 1: Ecuaciones Lineales. Sistemas Rectangulares y Formas Escalonadas

Eliminación Gaussiana. Método de Gauss Jordan. Aplicación: problema de contorno. Sistemas rectangulares y formas escalonadas. Consistencia de sistemas lineales. Sistemas homogéneos y no homogéneos.

#### Unidad 2: Álgebra de Matrices. Factorización LU

Multiplicación de matrices. Multiplicación matricial por bloques. Inversión de matrices y propiedades. Matrices elementales y propiedades. Equivalencia. Relaciones entre columnas y filas de matrices equivalentes. Forma rango normal. Test de equivalencia. Transposición y rango. Factorización LU. Caracterización de la existencia de factores LU. Factorización LU con intercambios de filas. Factorización LDU. Factorización de Cholesky.

#### Unidad 3: Normas Vectoriales y Matriciales. Espacios con producto interno

Normas vectoriales. Norma vectorial Euclídea. Producto interno estándar. Desigualdad de Cauchy — Bunyakowskii — Schwarz (*CBS*). Desigualdad triangular. Normas p. Normas vectoriales generales. Equivalencia de normas. Normas matriciales. Norma matricial de Frobenius. Normas matriciales generales. Normas matriciales inducidas. Normas matriciales 1, 2 e ∞. Espacios con producto interno. Producto interno general. Desigualdad *CBS* general. Normas en espacios con producto interno. Identidad del paralelogramo.

#### Unidad 4: Proceso de Gram-Schmidt. Factorización QR

Vectores ortogonales. Angulo entre vectores. Conjuntos ortonormales. Expansiones de *Fourier*. *Procedimiento de Gram- Schmidt. Factorización QR*. Aplicación a mínimos cuadrados.

#### Unidad 5: Matrices Unitarias y Ortogonales. Reducción Ortogonal

Matrices unitarias y ortogonales. Propiedades. Isometría. Proyector ortogonal elemental. Geometría de Proyectores elementales. Reflectores elementales (*transformaciones de Householder*). Propiedades. Rotaciones en IR<sup>3</sup>. Matrices de rotación plana (*rotaciones de Givens*). Rotaciones en IR<sup>n</sup>. Reducciones ortogonales: de Householder y de Givens.

#### Unidad 6: Factorizaciones Rango-Espacio Nulo, Ortogonal y SVD.

Subespacios complementarios. Proyección. *Descomposición Rango-Espacio Nulo*. Índice de una matriz. Matrices nilpotentes. Subespacios invariantes. *Descomposición Núcleo-Nilpotente*. Complemento ortogonal. *Teorema de descomposición ortogonal*. *Factorización URV*. Matrices *RPN* (rango perpendicular al núcleo). Matrices normales. *Descomposición a valores singulares* (SVD). Una aplicación geométrica: los valores singulares y la imagen de la esfera unitaria.

#### Unidad 7: Autovalores y Autovectores. Formas de Jordan

Autovalores y autovectores. Interpretación geométrica. Polinomio característico y ecuación característica. Coeficientes de la ecuación característica. Diagonalización por transformaciones



de similaridad. Similaridad. Matrices diagonalizables. Preservación de autovalores por similaridad. *Teorema de triangularización de Schur. Teorema de Cayley Hamilton.* Multiplicidad algebraica y geométrica. Relación entre multiplicidades. Conjunto completo linealmente independiente de autovectores. Diagonalización y multiplicidades. Matrices normales. Propiedades. Diagonalización unitaria. Matrices simétricas y hermitianas. Matrices definidas positivas: caracterizaciones. Matrices semidefinidas positivas. Formas cuadráticas. Diagonalización de una forma cuadrática. Matrices nilpotentes y formas de Jordan. Formas de Jordan para matrices más generales.

#### D. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

**D.1. Actividades en modalidad virtual** (modalidades alternativas a la presencialidad).

**CLASES TEÓRICAS:** Se dictarán 2 clases teóricas semanales de 2 horas cada una, utilizando la plataforma digital Meet-Google. La totalidad de las clases serán grabadas y subidas a un canal de YouTube. Los estudiantes dispondrán del material digitalizado, el cual será incorporado a un aula virtual de Classroom.

**CLASES PRÁCTICAS:** Se dictará una clase práctica semanal de 3 horas, utilizando la plataforma digital Meet-Google. Las guías de trabajos prácticos estarán disponibles en el aula virtual de Classroom.

#### CLASES DE TRABAJOS PRÁCTICOS DE LABORATORIO: -----

**OTRAS:** Se tomarán 2 parciales y/o sus correspondientes recuperatorios utilizando la plataforma Meet-Google.

D.	2. Actividades en l	a prese	ncialidad			
CI	LASES TEÓRICA	S:				
CI	LASES PRÁCTIC	AS:				
CI	LASES DE TRAB	AJOS P	RÁCTICOS DE I	ABORATORIO:		
O	ΓRAS:					
Е.	PROGRAMAS INCLUSIVOS	Y/O	PROYECTOS	PEDAGÓGICOS	INNOVADORES	E
No	aplica.					

### F. CRONOGRAMA TENTATIVO DE CLASES E INSTANCIAS EVALUATIVAS a realizar en la virtualidad y en la presencialidad

#### F.1. Cronograma tentativo de clases e instancias evaluativas a realizar en la virtualidad.

Semana	Teóricos	Prácticos	Parciales/ Recuperatorios
1	Unidad 1	Práctica 1	



#### Universidad Nacional de Río Cuarto Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales

2	Unidad 1	Práctica 1	
3	Unidad 2	Práctica 2 (Parte 1)	
4	Unidad 2	Práctica 2 (Parte 2)	
5	Unidad 3	Práctica 3	
6	Unidad 3	Práctica 3	
7	Unidad 4	Práctica 4	
8	Unidad 4	Práctica 4	Primer Parcial
9	Unidad 5	Práctica 5	
10	Unidad 5	Práctica 5	
11	Unidad 6	Práctica 6	
12	Unidad 6	Práctica 6	
13	Unidad 7	Práctica 7	Segundo Parcial
14	Unidad 7		Recup. del Primer y Segundo Parcial

## **F.2.** Cronograma tentativo de clases e instancias evaluativas a realizar en la presencialidad. No aplica.

#### G. BIBLIOGRAFÍA

#### G.1. Bibliografía obligatoria y de consulta

#### Obligatoria:

**C. D. Meyer**, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra. SIAM Publications, Philadelphia, 2000.

#### De consulta:

- G. H. Golub C. F. Van Loan, Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, 1996.
- **I. C. F. Ipsen**, Numerical Matrix Analysis: Linear Systems and least Squares. SIAM Publications, Philadelphia, 2009.
- **G. Strang**, Linear Algebra and its Applications. Thomson Learning, 1988.
- **N. Thome Coppo**, Análisis Matricial, Inversas Generalizadas y Aplicaciones. Apuntes de Clases. Universidad Politécnica de Valencia, 2017.
- **D. Watkins**, Fundamentals of Matrix Computations. Wiley Interscience, 2002.



#### G.2. Plataformas/herramientas virtuales; materiales audiovisuales, otros.

Plataformas digitales: Meet-Google. Classroom. YouTube.

Materiales audiovisuales: material digital teórico y práctico. Vídeos.

#### H. DÍA Y HORARIOS DE CLASES VIRTUALES:

Clases Teóricas: Martes y viernes de 14 hs a 16 hs.

Clases Prácticas: Viernes de 11 hs a 14 hs.

#### I. DÍA Y HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS VIRTUALES y PRESENCIALES

Clases Teóricas: una hora semanal a coordinar con los estudiantes.

Clases Prácticas: una hora semanal a coordinar con los estudiantes.

#### J. REQUISITOS PARA OBTENER LA REGULARIDAD Y LA PROMOCIÓN

Para obtener la regularidad de la materia se deberá cumplimentar con el Régimen de Estudiantes y de Enseñanza de Grado de la Universidad Nacional de Río Cuarto. Res. C.S.120/17:

- a) Aprobar dos parciales o sus respectivos recuperatorios, acreditando un mínimo del 50% de los conocimientos solicitados en cada examen. En ese porcentaje deben estar incluidos los temas fundamentales de la asignatura.
- b) Tener una asistencia a las clases prácticas virtuales de al menos el 75%.

### K. CARACTERÍSTICAS, MODALIDAD Y CRITERIOS DE LAS INSTANCIAS EVALUATIVAS

La modalidad evaluativa para las instancias de parcial y recuperatorios en modo virtual, es la siguiente: se asigna el parcial a cada estudiante, por medio de classroom, el cual debe resolver en un tiempo prefijado y subir su resolución a la misma plataforma. Simultáneamente, se inicia una reunión de Meet-Google para que los estudiantes puedan consultar durante el examen las dudas que pudieran surgir y los docentes puedan controlar a los estudiantes, por medio de cámaras, mientras transcurre el examen. Posteriormente, el equipo docente realiza las correcciones y su posterior devolución.

La modalidad evaluativa para la instancia de final en modo virtual, se rige según establece la Res. CD Nro. 051/2020.

Firma Profesor/a Responsable

Firma Secretario/a Académico/a