



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales



## UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**CARRERA:** Licenciatura en Ciencias de la Computación

**PLAN DE ESTUDIOS:** Vigente

**ASIGNATURA:** Geometría y Álgebra Lineal – Código 3305

**DOCENTE RESPONSABLE:** Dr. Julio César Barros

**EQUIPO DOCENTE:** Teóricos: Dr. Julio César Barros  
Prácticos: Lic. Valentina Orquera

**AÑO ACADÉMICO:** Segundo cuatrimestre 2019

**REGIMEN DE LA ASIGNATURA:** Cuatrimestral

**RÉGIMEN  
DE CORRELATIVIDADES:**

Para cursar		Para Rendir
Aprobada	Regular	Aprobada
	Lógica Mat. Elemental. Introducción al Álgebra. Álgebra.	Álgebra

**CARGA HORARIA TOTAL:** 112 horas

**TEÓRICAS:** 4 hs (semanales)    **PRÁCTICAS:** 4 hs (semanales)

**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:** Obligatoria

**A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA**

Segundo Cuatrimestre de Tercer Año de la carrera.

## B. OBJETIVOS PROPUESTOS

**Relacionar y aplicar** los diferentes conceptos de la Geometría y del Álgebra Lineal en contextos diferentes.

**Integrar y relacionar** los diferentes lenguajes, geométrico, aritmético y algebraico.

**Identificar y representar** los diferentes entes geométricos.

**Aplicar** adecuadamente el lenguaje algebraico en demostraciones.

**Formular** en términos precisos las definiciones, proposiciones y relaciones que se presentarán en el desarrollo de la teoría.

**Deducir** de las proposiciones generales de la teoría conclusiones sobre situaciones particulares.

**Aplicar** los conceptos desarrollados en la resolución de problemas tanto de índole teóricos cómo aplicados.

**Favorecer** el trabajo colaborativo entre pares.

**Investigar y contrastar** los temas de estudio en diferentes bibliografías.

## C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR

- **Ejes estructurantes:** Espacio vectorial – Base y dimensión de un espacio vectorial – Transformación Lineal – Diagonalización.
- **Contenidos Básicos:** Espacios vectoriales. Transformaciones lineales y matrices. Teorema de la dimensión. Rango de una matriz. Espacio dual. Espacio Euclídeo. Bases ortonormales. Polinomios. Autovalores y autovectores.

## D. FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS

El Álgebra Lineal es una rama de la Matemática que estudia conceptos tales como vectores, matrices, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales y sus transformaciones lineales.

El objetivo al momento de seleccionar los contenidos de esta área de la matemática es ayudar a los estudiantes a comprender y hacer operativos los conceptos básicos de Algebra Lineal y a desarrollar habilidades que serán de utilidad a lo largo de sus estudios.

En la presentación de estructura de espacio vectorial se da un tratamiento acompasado de los temas nucleares de este capítulo como lo son combinaciones lineales, dependencia e independencia lineal, base y dimensión. A partir de un recorte adecuado de estos conceptos se construyen otras ideas centrales como lo son la de coordenadas y cambio de coordenadas. La estructura de espacio vectorial se ve enriquecida con nociones métricas cuando se lo dota con un producto interno. Al desarrollar el tema de transformaciones lineales, se hace particular énfasis en el tratamiento de la matriz asociada a una transformación lineal, y como se puede recuperar toda la información referente a núcleo e imagen a partir de dicha matriz. Se hace un tratamiento breve de las transformaciones ortogonales haciendo nexo con la estructura de

espacio con producto interno y recuperando elementos geométricos. La noción de determinante ha sido abordada en forma sucinta, y está pensado como herramienta para aplicar al problema de valores propios. Al abordar el problema de vectores y valores propios, se puede apreciar todo el potencial que tienen las ideas construidas en los apartados precedentes. La diagonalización de matrices es presentado en su forma más elemental pero introduciendo elementos que sirven para una profundización en este tópico. El grado de abstracción para aproximarse a la idea de espacio dual puede resultar un poco arduo al principio, pero rinde su fruto al hacer el tratamiento de coordenadas y soluciones de sistema de ecuaciones.

Las competencias que se desean favorecer con la metodología de trabajo en esta asignatura son: dotar al alumno con un alto conocimiento técnico. Capacitarlo para el uso de las herramientas matemáticas en la resolución de problemas científicos y/o tecnológicos. Brindar al alumno conocimientos sólidos en esta rama de la matemática. Desarrollar los elementos básicos del trabajo de la ciencia matemática mirando el tratamiento de los contenidos fundamentales desde diversos aspectos: conceptuales, lógicos, históricos, numéricos y/o gráficos.

**Requisitos Previos:** Operaciones básicas de números reales. Concepto de función. Operaciones básicas de polinomios. Completación de cuadrados. Resolución de ecuaciones polinómicas. Nociones básicas de geometría Euclídea.

## **E. ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

**CLASES TEÓRICAS:** Las clases teóricas tienen una duración de 2 horas y una frecuencia semanal de 2 clases por semana (total 4 horas semanales). En éstas clases se inducirán las definiciones y conceptos fundamentales mediante ejemplos que recorten apropiadamente el concepto y/o definición a transmitir. Se puntualizará la relación con otras asignaturas que el alumno ya cursó o está cursando. En estas clases se inicia al estudiante en el estudio de los conceptos elementales del Álgebra Lineal, para que junto con el profesor ellos puedan resignificarlos, internalizarlos y asirlos como herramienta de su devenir como futuro usuario o especialista en esta área.

Además se hará una amplia ejemplificación y se mostrarán las principales aplicaciones de los resultados teóricos en diversas áreas de la ciencia.

**CLASES PRÁCTICAS:** Las clases prácticas tienen una duración de 2 horas y una frecuencia semanal de 2 clases por semana (total 4 horas semanales). En las clases prácticas los alumnos resolverán guías de problemas. En las guías de trabajos prácticos se elige una ejercitación donde se propone el uso y la reflexión de las nociones trabajadas en las clases teóricas, ello a fin de favorecer la internalización de los conceptos y establecer las relaciones conceptuales no sólo entre las nociones de Álgebra sino también con conceptos ya aprendidos en otras asignaturas. La resolución de problemas tiene por objetivo afianzar los resultados de la teoría como así también, dar respuesta a nuevas situaciones problemáticas. A fin de que el alumno pueda contar con herramientas computacionales y herramientas de cálculo potentes se propondrá el uso de los siguientes software:

1. GeoGebra. Es un software interactivo en el que se "asocian", por partes iguales, la Geometría y el Álgebra. Fue especialmente diseñado como utilitario para la enseñanza y aprendizaje de matemática. Sitio web: <http://www.geogebra.at/>
2. PARI/GP. Es un sistema de álgebra computacional muy utilizado, diseñado para cálculos rápidos en Teoría de Números (factorización, Teoría Algebraica de Números, curvas elípticas,...) pero que también incluye un gran número de otras funciones útiles para operar con objetos matemáticos como matrices, polinomios, series de potencias, números algebraicos. Sitio web: <http://pari.math.u-bordeaux.fr/>
3. Octave. Es un lenguaje de alto nivel destinado al cálculo numérico. Este lenguaje es compatible con MATLAB, pero a diferencia de este último octave se distribuye de manera gratuita. Sitio web: <http://www.gnu.org/software/octave/>

CLASES DE CONSULTAS: Los alumnos dispondrán de 2 horas semanales de consultas tanto de aspectos teóricos como prácticos de la asignatura.

#### F. NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

Trabajo práctico 1: **Álgebra Vectorial y Matricial**

Trabajo práctico 2: **Sistema de Ecuaciones Lineales**

Trabajo práctico 3: **Espacios Vectoriales y Subespacios**

Trabajo Práctico 4: **Base y Dimensión**

Trabajo Práctico 5: **Cambio de Base**

Trabajo práctico 6: **Espacio con producto interno**

Trabajo práctico 7: **Transformaciones Lineales.**

Trabajo práctico 8: **Determinantes**

Trabajo práctico 9: **Autovalores y Autovectores**

Trabajo práctico 10: **Espacio Dual**

#### G. HORARIOS DE CLASES:

A convenir

#### H. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

- Problemas de Seguimiento: Los alumnos serán evaluados a través de actividades integradoras, que se toman durante el desarrollo de la asignatura. Esta actividad tiene por objetivo el seguimiento del desarrollo madurativo de los conceptos, internalización y apropiación de los mismos por parte del alumno.
- Evaluaciones Parciales: Se examinará al alumno en dos instancias. El primer examen parcial escrito versará sobre problemas del tipo desarrollado en los prácticos 1, 2, 3, 4 y 5. El segundo examen parcial escrito versará sobre problemas del tipo desarrollado en los prácticos 6, 7, 8, 9 y 10. Cada examen parcial puede ser recuperado una vez.
- Evaluación Final:  
Alumnos regulares: el examen final será escrito y versará sobre los aspectos teóricos desarrollados en el curso.  
Alumnos libres: el alumno deberá rendir un examen escrito que versará sobre problemas del tipo desarrollado en los trabajos prácticos. Aprobada esta instancia deberá rendir examen escrito que versará sobre los aspectos teóricos de la asignatura.

- **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Para regularizar esta asignatura el alumno deberá tener una asistencia del 80% a las clases prácticas y aprobar los dos exámenes parciales.
- **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** No hay promoción.

## **PROGRAMA ANALÍTICO**

### **A. CONTENIDOS**

#### **Unidad 1: Vectores y Matrices**

Vectores en  $IR^n$ . Operaciones. Matrices. Producto de matrices. Matriz transpuesta. Matrices simétrica y antisimétrica. Matrices diagonal y triangulares. Matrices involutiva e idempotente. Matriz inversa. Matriz ortogonal. Matrices elementales. Matrices equivalentes por filas. Método para determinar la inversa de una matriz por medio de matrices elementales.

#### **Unidad 2: Sistema de Ecuaciones Lineales**

Sistemas de ecuaciones lineales. Reducción por fila y forma escalonada. Compatibilidad y resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Representación geométrica de sistemas en el plano y en el espacio. Sistemas con parámetros. Sistemas homogéneos. Caracterización del conjunto solución de un sistema lineal. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales en notación matricial.

#### **Unidad 3: Espacios Vectoriales**

Concepto de espacio vectorial. Propiedades de los espacios vectoriales. Subespacios. Operaciones entre Subespacios: intersección y suma, suma directa de subespacios. Combinación lineal. Independencia lineal. Propiedades. Base y dimensión de un espacio vectorial. Dimensión del subespacio suma. Coordenadas. Matriz de cambio de base.

#### **Unidad 4: Espacio con Producto Interno**

Producto interno. Definición ejemplos. Propiedades. Proyección ortogonal. Ángulo entre vectores. Distancia. Base ortogonal. Complemento ortogonal.

#### **Unidad 5: Transformaciones lineales**

Transformación lineal. Núcleo de una transformación lineal. Imagen de una transformación lineal. Propiedades. Teorema de la dimensión. Matriz asociada a una transformación lineal. Diagramas que conmutan. Composición de transformaciones lineales. Transformación lineal inversa. Transformaciones ortogonales.

#### **Unidad 6: Determinantes**

Definición. Propiedades de la función determinante. Cálculo del determinante por cofactores. Determinante de la matriz transpuesta. Determinante del producto de matrices. Cálculo de la inversa por el método de la adjunta.

#### **Unidad 7: Autovalores y autovectores**

Autovalores y autovectores de un operador lineal. Autovalores y autovectores para matrices. Diagonalización de una matriz. Potencias de matrices.

## **Unidad 8: Espacio Dual**

Espacio Dual de un espacio vectorial. Base dual. Formas coordenadas. Anulador. Sistemas de ecuaciones lineales y Funcionales lineales.

### **B. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES**

Semana	Teóricos	Prácticos	Día/ Fecha	Parciales / Recuperatorios
1	Unidad 1	Práctico 1		
2	Unidad 2	Práctico 2		
3	Unidad 3	Práctico 3		
4	Unidad 3	Práctico 4		
5	Unidad 3	Práctico 4		
6	Unidad 4	Práctico 5		
7	Unidad 4			Primer Parcial
8	Unidad 5	Práctico 6		
9	Unidad 5	Práctico 7		
10	Unidad 5	Práctico 7		
11	Unidad 6	Práctico 8		
12	Unidad 7	Práctico 9		
13	Unidad 7	Práctico 10		
14	Unidad 8			Segundo Parcial
	Unidad 8			Recuperatorios

### **C. BIBLIOGRAFÍA**

- Tópicos de Álgebra Lineal. (2018). Julio Barros – Valentina Orquera. Libro digital. Ed. UniRío.
- Notas de Álgebra Lineal. (2016). Ana Rosso – Julio Barros. Ed. UniRío.
- Apuntes de Álgebra Lineal. (2017). Julio Barros – Valentina Orquera. Pdf2017
- Álgebra Lineal. (2006). Grossman Stanley. Quinta Edición. Ed. Mc. Graw-Hill
- Álgebra Lineal y sus aplicaciones (2007) Lay David. Ed. Pearson. Addison- Wesley.
- Álgebra Lineal. (1976). Lang Serge. Ed. Fondo educativo interamericano
- Álgebra Lineal y sus aplicaciones (1986) Strang, Gilbert. Ed. Addison-Wesley
- Introducción al Álgebra Lineal. (2009). Anton H. Editorial Limusa-Wiley.
- Álgebra Lineal. (1979) Hoffman, Kenneth; Kunze, Ray. Ed. Prentice Hall
- Fundamentos de Algebra Lineal y aplicaciones. (1980) Florey, Francis G. 1a ed. Ed. Prentice Hal
- Álgebra Lineal con MatLab (1999) Colman Bernard, Hill, David R. 6a ed Ed. Prentice Hall

Dr. Julio C. Barros

Profesor Responsable