



Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales
Departamento de Matemática

FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ASIGNATURAS

CARRERA: Lic en Matemática.

PLAN DE ESTUDIOS: 2008 versión 1

ASIGNATURA: Modelos Matemáticos (cod. 2265)

DOCENTES RESPONSABLES: Marcelo Ruiz, Fernando Mazzone

EQUIPO DOCENTE: Marcelo Ruiz, Fernando Mazzone

AÑO ACADÉMICO: 2019

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Aprobada	Regular
Álgebra Lineal Aplicada (2261)	Ecuaciones Diferenciales (1913)
Cálculo Numérico computacional (2030)	

CARGA HORARIA TOTAL: 90 hs.

Teóricas: 45 hs., **Prácticas:** 45 hs..

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Segundo cuatrimestre de cuarto año

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

B.1) Generales

- Integrar los conocimientos adquiridos por el estudiante durante el curso de su carrera en un marco conceptual ligado a las aplicaciones y al modelado matemático.
- Adquisición de destrezas en el proceso de modelación matemática.
- Apropiarse de lenguajes, métodos y conocimientos de otras disciplinas científicas.

B.2) Específicos El alumno desarrollará capacidades para

- Modelar procesos físicos. Analizar estos modelos a través de ecuaciones diferenciales.
- Visualizar la potencia de la matemática en el análisis de modelos.
- Introducir algunos conceptos de dinámica como puntos de equilibrio, estabilidad, mapeo de Poincaré.
- Discutir conceptos de soluciones débiles como el medio de adecuado de modelizar algunos rocesos físicos, particularmente los ligados a fricción seca.

C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR Leyes de movimiento de Newton. Fuerzas externas e inerciales. Conservación del momento, momento angular y energía. Restricciones. Coordenadas Lagrangianas. Fuerzas activas y reactivas. Sistemas de ecuaciones no-lineales. Ley de Coulomb para la fricción. soluciones débiles. Ley de elasticidad de Hooke. Estudios de varios sistemas mecánicos.

D. **FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS**

Hay una gran variedad de técnicas, métodos y teorías matemáticas que han demostrado ser muy eficientes para desarrollar modelos matemáticos, como ser Teoría Optimización, Teoría de Control, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Procesos Estocásticos, Automatas Celulares, Teoría de Juegos, etc. Además la modelación matemática se aplica a una gran variedad de contextos: economía, biología, sociología, dinámica de los lenguajes, física, distintos deportes, etc. De modo que una materia de un cuatrimestre de duración sobre la temática presupone una selección de temas a abordar. Atendiendo a la formación específica de los responsables del dictado se decidió desarrollar y analizar modelos de dinámica de sistemas mecánicos con ecuaciones diferenciales ordinarias con el fin de llegar a ideas clave como equilibrio y estabilidad.

E. **ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

La asignatura está planteada de forma que predomine la actividad práctica. Se prevee el dictado de clases teóricas durante las primeras 10 semanas, luego de las cuales todas las horas de clases y todo el personal asignado a la materia serán destinadas a la resolución de actividades prácticas.

CLASES TEÓRICAS: Presencial, 3 horas semanales. La metodología que se desarrollará es la exposición por parte del docente de los fundamentos teóricos de los contenidos impartidos. Se incentivará la participación de los alumnos durante la clase, requiriendo que ellos aporten, por ejemplo, demostraciones de determinados hechos o, en general, soluciones a determinadas situaciones problemáticas que plantea el desarrollo teórico de la materia.

CLASES PRÁCTICAS: Presencial 3 horas semanales. Se espera que los alumnos trabajen sobre los ejercicios de la práctica en forma independiente fuera de los horarios de la asignatura. Posteriormente estos ejercicios se discutirán durante la clase, el profesor tratará de favorecer que los alumnos autogestionen su aprendizaje. Se incorporará la computadora como recurso pedagógico y para implementar la resolución de problemas complejos. Se usará el lenguaje Python y módulos científicos para este lenguaje: SymPy, Scipy, NumPy y Matplotlib.

F. **NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS** Se propondrá una guía de trabajos prácticos que se resolverá durante la cursada. La guía abarcará todos los temas propuestos.

G. **HORARIOS DE CLASES:** Martes de 16hs a 18hs y Jueves de 16:00 a 20:00.

Horario de clases de consultas: Se convendrá con los alumnos, durante el desarrollo de la materia, los horarios de consultas.

H. **MODALIDAD DE EVALUACIÓN:**

Evaluaciones Parciales: Se le presentará al alumno una serie de problemas que deberá resolver.

Evaluación Final: El examen final consistirá en evaluar la capacidad del alumno de exponer oralmente los fundamentos teóricos de la materia.

Condiciones de regularidad: Aprobar los exámenes parciales o sus respectivos recuperatorios.

Condiciones de promoción: No previstas.

I. **CONTENIDOS:**

Unidad 1. Python, Numpy, Scipy, Matplotlib Tipos de datos en numpy. Arreglos multidimensionales. Biblioteca Scipy. Solución numérica de ecuaciones. Gráficos, Matplotlib. [Mazzone, 2019a].

Unidad 2. Principios de la Mecánica Punto material. Sistemas de puntos materiales. Sistemas de coordenadas inerciales. Leyes de movimiento de Newton. Principio de inercia. Principio de acción y reacción. Masa inercial. Segunda Ley de Newton. Fuerzas inerciales. Principio de determinación de Laplace. Fuerzas externas. Ecuaciones de movimiento de Newton. Ley de balance de momentos. Ley de balance de momento angular. Ley de conservación de energía. Fuerzas activas y reactivas. Restricciones. Coordenadas Lagrangianas. Grados de libertad de un sistema. [Mazzone, 2019b, Nicola Bellomo, 2000].

- Unidad 3. Sistemas de Ecuaciones Ordinarias no Lineales** *Análisis de sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias no Lineales. Sistemas autónomos y no autónomos. Consecuencias elementales del Teorema de Existencia y Unicidad. Retrato de fases. Punto de equilibrio. Estabilidad. [Mazzone, 2019b].*
- Unidad 4. Sistemas Conservativos** *El péndulo simple. Deducción de la ecuación. Leyes de conservación. Experimentos numéricos. Análisis cualitativo. Soluciones homoclínicas. Demostración de la existencia de soluciones heteroclínicas, periódicas y no acotadas. Simetrías de la ecuación. Fórmula para el periodo. Integral elítica completa de primera especie. Soluciones exactas en términos de funciones elípticas de Jacobi. Otros tipos de péndulos: esférico y doble, estudio y análisis de soluciones. Elasticidad. Ley de Hooke. Sistema de resorte y guía. Conservación de la energía. Reducción a una ecuación adimensional. Retratos de fases. Soluciones homoclínicas. Restricciones móviles. Mapeo de Poincaré y soluciones periódicas. [Mazzone, 2019b, Nicola Bellomo, 2000].*
- Unidad 5. Problemas gravitacionales** *Ley de gravitación universal. Problema de los dos cuerpos. Conservación del momento. Centro de masas. Reducción a coordenadas baricéntricas. Posición relativa. Conservación del momento angular. Leyes de Kepler. Demostración de que las trayectorias son secciones cónicas. [Murray and Dermott, 1999].*
- Unidad 6. Fricción y soluciones débiles** *Fricción seca de Coulomb. Movimiento en un plano inclinado con fricción. Soluciones clásicas. Soluciones débiles de Carathéodory. Soluciones débiles de Filippov. Inclusiones diferenciales. Método numérico para soluciones de Filippov. Péndulo con amortiguación seca. Equilibrios y retrato de fases en el sistema del péndulo con amortiguación seca. [Mazzone, 2019b, Cortes, 2009, Nicola Bellomo, 2000].*

J. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES:

Semana	Teóricos	Prácticos	Parciales/ Recuperatorios
1	Unidad 1	Unidad 1	
2	Unidad 2	Unidad 1	
3	Unidad 3	Unidad 3	
4	Unidad 3	Unidad 3	
5	Unidad 4	Unidad 4	
6	Unidad 4	Unidad 4	
7	Unidad 5	Unidad 4	1/10 Primer Parcial
8	Unidad 6	Unidad 5	
9	Unidad 6	Unidad 5	
10	Unidad 6	Unidad 5	
11	–	Unidad 6	
12	–	Unidad 6	
13	–	Unidad 6	
14	–	Unidad 6	14/11- Segundo Parcial
15	–	–	18/11- Recuperatorio 1,21/11- Recuperatorio 1

Referencias

[Cortes, 2009] Cortes, J. (2009). *Discontinuous Dynamical Systems: A tutorial on solutions, nonsmooth analysis, and stability*. arXiv e-prints, page arXiv:0901.3583.

[Mazzone, 2019a] Mazzone, F. (2019a). *Introducción numpy-scipy-matplotlib*. Notebook.

[Mazzone, 2019b] Mazzone, F. (2019b). *Modelos matemáticos*. Notas de clase.

[Murray and Dermott, 1999] Murray, C. and Dermott, S. (1999). *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press.

[Nicola Bellomo, 2000] Nicola Bellomo, Luigi Preziosi, A. R. (2000). *Mechanics and Dynamical Systems with Mathematica* ®. *Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology*. Birkhäuser Basel, 1 edition.