



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO**

**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**CARRERA/S:** Profesorado y Licenciatura en Matemática.

**PLAN DE ESTUDIOS:** 2001 versión 2, 2008 versión 2

**ASIGNATURA:** CÁLCULO III

**CÓDIGO:** 1929

**DOCENTE RESPONSABLE:** Mg. Graciela Giubergia

**EQUIPO DOCENTE:** Mg. Graciela Giubergia – Lic. Stefania Demaria

**AÑO ACADÉMICO:** 2019

**REGIMEN DE LA ASIGNATURA:** cuatrimestral

**RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:** (para cursado)

<i>Aprobada</i>	<i>Regular</i>
Cálculo I	Cálculo II
Geometría I	Algebra Lineal I

**CARGA HORARIA TOTAL:** 112 hs

**TEÓRICAS:** 56 hs     **PRÁCTICAS:** 56 hs

**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:** Obligatoria

**A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA:**

Materia de segundo año, primer cuatrimestre.

**B. OBJETIVOS PROPUESTOS**

Que el alumno:

✓ Desarrolle su intuición geométrica “visualizando en el espacio” conceptos del cálculo en varias variables y pueda extraer de allí información útil para la resolución de situaciones problemáticas.

- ✓ Adquiera destreza en el uso de herramientas del cálculo vectorial, y además pueda vincularlos con situaciones del mundo real y con otras asignaturas, aprovechando la potencialidad de la matemática como herramienta básica para la tarea científica.
- ✓ Conozca algunas aplicaciones físicas del cálculo vectorial.
- ✓ Utilice un lenguaje matemático preciso.
- ✓ Maneje los conceptos de la asignatura con soltura y claridad, siendo capaz de comprobar si un objeto verifica una definición, aplicar una propiedad, justificar un razonamiento o refutarlo con un contraejemplo, etc.
- ✓ Logre una continua reflexión sobre su acción en el quehacer matemático, piense conceptualmente y desarrolle espíritu crítico.
- ✓ Enriquezca su forma de trabajo, adquiera actitudes para la integración a grupos interdisciplinarios y aproveche los recursos que la tecnología ofrece.
- ✓ Pueda transferir saberes, es decir de transponer conocimientos aprendidos en una situación anterior a una situación nueva.

### **C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR**

Coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Funciones de varias variables. Gráficas y conjuntos de nivel. Límites y continuidad. Derivadas parciales, diferenciabilidad. Plano tangente. Regla de la Cadena, derivación implícita. Derivadas direccionales, propiedades del gradiente. Extremos de funciones de varias variables. Criterio para hallar extremos locales usando el Hessiano para funciones de dos variables. Extremos relativos y multiplicadores de Lagrange. Teoremas de la función implícita e inversa. Integrales dobles y triples. Teorema del cambio de variables. Funciones vectoriales. Trayectoria, velocidad, rapidez y aceleración. Recta tangente. Longitud de arco. Campos vectoriales. Divergencia y rotacional de un campo vectorial. Integrales de línea. Interpretación física. Campos conservativos. Teorema fundamental del cálculo para integrales de línea. Teorema de Green. Superficies parametrizadas. Superficies suaves. Plano tangente. Área de una superficie. Integrales sobre superficies. Teorema de Stokes. Teorema de la divergencia de Gauss.

### **D. FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS**

Esta asignatura introduce contenidos básicos de funciones, razones de cambio, aproximaciones, cálculo de áreas, volúmenes, longitudes, etc., que el egresado de estas carreras debe conocer en profundidad. Además, desarrolla una actitud crítica en el estudiante, lo introduce en razonamientos deductivos, y proporciona herramientas que, junto con la computación, permiten resolver problemáticas de distintas ciencias.

### **E. ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

CLASES TEÓRICAS: En las clases teóricas (4 hs semanales) se introducen los conceptos fundamentales de la materia, tales como las definiciones, interpretaciones geométricas, propiedades, demostraciones y ejemplos ilustrativos. La introducción de los temas se hace en base a problemas motivadores que despierten la curiosidad de los alumnos y estimulen sus deseos de resolverlos, incluyendo elementos que capten su atención, como es el caso de gráficos animados. A partir de esto se incorporan definiciones, interpretaciones geométricas, propiedades, ejemplos ilustrativos y se trabaja con ejercicios que fortalecen en los estudiantes la destreza en los cálculos y afianzan los conceptos nuevos. Si bien se pone

énfasis en la intuición geométrica y la visualización de gráficos, se expone una teoría con enunciados precisos y demostración de algunos resultados. Se incentiva permanentemente la participación de los alumnos, a la vez que se los induce a relacionar los nuevos temas con los conceptos desarrollados en otras asignaturas.

**CLASES PRÁCTICAS:** En las clases prácticas (4 hs semanales) se resuelven guías de ejercicios y problemas, los cuales contienen diversos tipos de ejercitaciones que se relacionan con los objetivos planteados: ejercicios que permiten fomentar la destreza en los cálculos y afianzar los conceptos nuevos, y ejercicios en los cuales el estudiante debe acudir a la precisión y el rigor matemático. Además se incluyen ejercicios en los que la visualización de gráficos tiende a reforzar la intuición geométrica y familiarizar al alumno con ciertos conceptos.

**CLASES DE TRABAJOS PRÁCTICOS DE LABORATORIO:** No hay

## F. NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

Se desarrollan 6 guías de trabajos prácticos, que se corresponden con las 6 unidades de la teoría:

Trabajo Práctico 1: Funciones de varias variables. Límite y continuidad.

Trabajo Práctico 2: Diferenciación de funciones de varias variables.

Trabajo Práctico 3: Extremos de funciones de varias variables. Teorema de la Función Implícita e Inversa.

Trabajo Práctico 4: Funciones vectoriales.

Trabajo Práctico 5: Integrales dobles y triples.

Trabajo Práctico 6: Análisis vectorial.

## G. HORARIOS DE CLASES:

Clases Teóricas: Lunes 16:00 - 18:00 hs  
Martes 16:00 - 18:00 hs  
Clases Prácticas: Lunes 18:00 – 20:00 hs  
Viernes 12:00 – 14:00 hs

## H. MODALIDAD DE EVALUACIÓN

- **Evaluaciones Parciales:** En esta asignatura se evalúa la capacidad de los estudiantes para resolver ejercicios de la temática mediante dos parciales, uno de ellos con contenidos de las unidades 1 a 3, y el otro de las unidades 4 a 6. Para aprobar, el estudiante deberá obtener al menos el 50% del puntaje.
- **Evaluación Final:** El examen final para los alumnos regulares será oral o escrito sobre conceptos de la asignatura. Para aprobarlo el estudiante deberá obtener al menos al 50% del puntaje total. Los alumnos libres deberán aprobar previamente un examen escrito sobre los contenidos prácticos.
- **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Para obtener la regularidad se deberán aprobar dos parciales o sus respectivos recuperatorios, y además tener una asistencia a las clases prácticas y teóricas de al menos el 60%.
- **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** No hay

## PROGRAMA ANALÍTICO

### **UNIDAD 1: *Funciones de varias variables. Límite y continuidad***

Repaso de nociones geométricas elementales. Coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Funciones de varias variables. Gráficas y conjuntos de nivel. Límites y continuidad. Propiedades.

### **UNIDAD 2: *Diferenciación de funciones de varias variables***

Derivadas parciales. Diferenciabilidad de funciones de dos variables. El plano tangente. Diferenciabilidad: el caso general. Funciones continuamente diferenciables. Resultados que relacionan estos conceptos. Introducción a trayectorias y curvas, vector velocidad y tangente a una trayectoria. Reglas de diferenciación. Regla de la Cadena. Derivadas direccionales. Vector gradiente, propiedades del mismo.

### **UNIDAD 3: *Extremos de funciones de varias variables. Teorema de la Función Implícita e Inversa.***

Derivadas parciales iteradas. Propiedades. El teorema de Taylor para varias variables. Definición de valores extremos y extremos locales. Propiedad sobre los extremos de funciones diferenciables. Formas cuadráticas. Formas cuadráticas definidas positivas o negativas. Hessiano de una función. Criterio para hallar extremos locales usando el Hessiano en el caso de funciones de dos variables. Extremos relativos y multiplicadores de Lagrange. Determinante Jacobiano. Teorema de la función inversa. Teorema de la función implícita.

### **UNIDAD 4: *Funciones vectoriales***

La aceleración y la segunda ley de Newton. Integración de funciones vectoriales. Longitud de arco. Vectores tangente, normal y binormal. Campos vectoriales. Divergencia y rotacional de un campo vectorial. Propiedades. El Laplaciano, propiedades.

### **UNIDAD 5: *Integrales dobles y triples***

Integrales iteradas. Integral doble sobre un rectángulo. Relación entre continuidad e integrabilidad. Propiedades de la integral. Teorema de Fubini. Integrales dobles sobre regiones más generales. Cambio en el orden de integración. Integrales triples. Regiones elementales en el espacio. Geometría de las funciones de  $\mathbb{R}^2$  en  $\mathbb{R}^2$ . Teorema del cambio de variables. Algunas aplicaciones de las integrales: valor promedio de una función, centro de masa, momento de inercia.

### **UNIDAD 6: *Análisis vectorial.***

Integrales de trayectoria. Interpretación geométrica. Integrales de línea. Interpretación física. Relación entre las integrales de línea respecto de distintas parametrizaciones de una curva. Campos conservativos. Teorema fundamental del cálculo para integrales de línea. Teorema de Green. Superficies parametrizadas. Superficies suaves. Plano tangente. Área de una superficie. Integrales de funciones escalares sobre superficies. Orientación de superficies. Integrales de campos vectoriales sobre superficies. Teorema de Stokes. Teorema de la divergencia de Gauss.

## CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES:

Periodo que abarca el cuatrimestre: 11 de Marzo- 14 de Junio

Semana	Día/ Fecha	Teóricos	Día/ Fecha	Prácticos	Parciales / Recuperatorios
1	11-3 12-3	Unidad 1: Sistemas de Coordenadas. Funciones de varias variables.	11-3 15-3	Practico 1	
2	18-3 19-3	Unidad 1: Límite y continuidad de funciones de varias variables	18-3 22-3	Practico 1	
3	25-3 26-3	Unidad 2: Derivadas parciales. Diferenciabilidad para funciones de dos variables. Diferenciabilidad, caso general.	25-3 29-3	Practico 1	
4	1-4 2-4	Unidad 2: Trayectorias y curvas. Propiedades de diferenciación. <i>Feriado</i>	1-4 5-4	Practico 2	
5	8-4 9-4	Unidad 2: Regla de la cadena. Derivada direccional. Propiedades del Gradiente	8-4 12-4	Practico 2	
6	15-4 16-4	Unidad 3: Derivadas de orden superior. El Teorema de Taylor.	15-4 19-4	Practico 2 <i>Feriado</i>	
7	22-4 23-4	Unidad 3: Extremos locales de funciones. Búsqueda de extremos usando Hessiano. Multiplicadores de Lagrange.	22-4 26-4	Practico 3	
8	29-4 30-4	Unidad 3: Teorema de la función implícita. Teorema de la función inversa.	29-4 3-5	Práctico 3	Primer Parcial: 3-5
9	6-5 7-5	Unidad 4: Segunda ley de Newton y aceleración. Integración de funciones vectoriales. Longitud de arco.	6-5 10-5	Práctico 4	
10	13-5 14-5	Unidad 4: Campos vectoriales. Unidad 5: Integrales dobles. Propiedades. Teorema de Fubini.	13-5 17-5	Practico 4	
11	20-5 21-5	Unidad 5: Integrales triples. Cambio de variables. Unidad 6: Integrales de trayectoria y de línea. Propiedades.	20-5 24-5	Práctico 5	Primer Recuperatorio: 24-5
12	27-5 28-5	Unidad 6: Teorema de Green.	27-5 31-5	Practico 5 Práctico 6	
13	3-6 4-6	Unidad 6: Superficies parametrizadas. Integración sobre superficies	3-6 7-6	Practico 6	Segundo Parcial: 7-6
14	11-6 12-6	Unidad 6: Teoremas de Stokes y divergencia	11-6 15-6		Segundo Recuperatorio: 14-6
15	18-6 19-6	Demostraciones de algunos teoremas			

## BIBLIOGRAFÍA

- CÁLCULO VECTORIAL. Marsden / Tromba. Addison Wesley Iberoamericana, 1991.
- Apunte de Cálculo Vectorial. Elaborado por la Prof. Claudia Rodriguez, 2016.
- CÁLCULO VECTORIAL. Pita Ruiz, Claudio. Prentice –Hall Hispanoamericana, 1995.
- CÁLCULO. Volumen 2- Larson / Hostetler / Edison. Mc. Graw-Hill, 1999.
- CÁLCULO MULTIVARIABLE James Stewart. Thompson & Learning,

Graciela Giubergia  
Docente Responsable