UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA/S: Licenciatura en Matemática

PLAN DE ESTUDIOS: 2008

ASIGNATURA: Algebra Lineal Aplicada **CÓDIGO:** 2261

DOCENTE RESPONSABLE: Dra. Claudia Gariboldi

EQUIPO DOCENTE: Dra. Claudia Gariboldi – Prof. Andrea Maero

AÑO ACADÉMICO: 2018

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Aprobada	*Regular*
Algebra Lineal I	------

CARGA HORARIA TOTAL: 7 hs

TEÓRICAS: 4 hs **PRÁCTICAS:** 3 hs

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura Algebra Lineal Aplicada corresponde al segundo cuatrimestre del segundo año de la carrera de Licenciatura en Matemática.

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

Que los alumnos sean capaces de:

- Adquirir y aplicar conocimientos avanzados del Álgebra Lineal, reconociéndola como una herramienta útil para su aplicación en diversas áreas.
- Desarrollar la intuición en el proceso de construcción de las nociones del Álgebra Lineal.
- Obtener habilidades algebraicas para resolver e interpretar problemas.
- Alcanzar una mayor fluidez en el lenguaje, en el simbolismo y en la formalización.
- Enriquecer su forma de trabajo, desarrollar espíritu crítico y lograr una continua reflexión sobre su acción en el desarrollo de la matemática como herramienta para la tarea científica.

C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR

Los ejes temáticos estructurantes de la asignatura son:

I) Eliminación Gaussiana.

II) Algebra Matricial.

III) Descomposición LU.

IV) Normas, Productos Internos y Ortogonalidad.

V) Proyectores, Reflectores y Rotaciones.

VI) Descomposiciones: Rango-Espacio Nulo, Núcleo-Nilpotente, Ortogonal, URV y a Valores Singulares.

VII) Autovalores y Autovectores - Formas de Jordan.

D. FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS

Uno de los objetivos fundamentales del Álgebra Lineal es la resolución de ecuaciones lineales simultáneas. En muchas aplicaciones, las matrices que se desprenden de los sistemas de ecuaciones planteados son de gran tamaño. Por ello, en la actualidad, el cálculo se realiza a través de computadoras. El Álgebra Lineal proporciona las herramientas que permiten descomponer una matriz genérica en el producto de matices más simples a los efectos de crear algoritmos computacionales más eficientes. Es en este sentido, que en esta asignatura se estudian distintas técnicas de descomposición de matrices. El análisis de algoritmos en el área de cómputos matriciales requiere de conocimientos en Algebra Lineal, por lo que los prerrequisitos para cursar la asignatura es haber realizado un primer curso en esa área y tener alguna experiencia computacional en el uso del software Octave.

Se comienza el dictado de la asignatura con una revisión de los conceptos más relevantes del Algebra Lineal relacionados con sistemas de ecuaciones lineales, el método de Gauss y su variante, el método de Gauss Jordan. Luego, dado que una práctica común es reducir sistemas lineales generales a una forma triangular, se incorpora la factorización LU de una matriz y sus variantes: cuando la matriz es simétrica y cuando es definida positiva (la factorización de Cholesky). Posteriormente, se estudian distintas normas de matrices, las cuales son utilizadas para medir errores en cómputos matriciales, por lo que se necesita entender cómo computarlas y manipularlas. La sección sobre ortogonalidad tiene un rol importante en los cómputos matriciales puesto que los métodos ortogonales producen frecuentemente algoritmos numéricamente estables para cálculos en aritmética de punto flotante. Para la resolución de sistemas sobredeterminados, la mayoría de los procedimientos involucra la reducción de la matriz de coeficientes vía transformaciones ortogonales. Las reflexiones de Householder y las rotaciones de Givens son centrales en este proceso. Se trabaja el cómputo de la factorización QR, donde Q es ortogonal y R es triangular superior. La descomposición a valores singulares juega un papel central en el Algebra Lineal, ya que es una reducción que proporciona información crítica dentro de las nociones importantes de rango y distancia entre subespacios. Se trabaja sobre la teoría de autovalores y autovectores y la diagonalización de matrices por medio de transformaciones semejantes. Se incluye diagonalización por bloques y la forma de Jordan.

Se destaca, que si bien en todo el proceso de aprendizaje de la asignatura la geometría es incluida para establecer lazos entre la teoría general abstracta y su intuitiva y visual interpretación, la formalización matemática juega el rol más importante.

ACTIVIDADES A DESARROLLAR

Para impartir los contenidos de la asignatura se adopta la modalidad de clases teóricas y prácticas. En las clases teóricas, se introducen los conceptos fundamentales de la materia, generando la necesidad de abordar nuevos y se utiliza la intuición no como un sustituto del pensamiento riguroso, sino como una guía para llegar a él, destacando el valor del Álgebra Lineal en cuanto a sus aplicaciones en otras áreas. En las clases prácticas se abordan actividades que contienen diversos tipos de ejercitaciones relacionados con los objetivos planteados. En las mismas, los estudiantes analizan, confrontan y validan el trabajo realizado sobre actividades de aprendizaje graduadas en cuanto a su dificultad. En los prácticos se incluyen problemas que involucran cálculos matriciales, los cuales se resuelven con el software Octave. Se incentiva al alumno a explorar los principios del Álgebra Lineal a partir del análisis y conclusiones obtenidas a través del uso de la computadora, como así también a crear sus propios algoritmos computacionales.

CLASES TEÓRICAS: Modalidad presencial **–** Carga horaria: 4 hs semanales

CLASES PRÁCTICAS: Modalidad presencial **–** Carga horaria: 3 hs semanales

E. NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS:

Práctica 1: Ecuaciones Lineales. Sistemas Rectangulares y Formas Escalonadas.

Práctica 2 (parte I): Algebra de Matrices.

Práctica 2 (parte II): Factorización LU.

Práctica 3: Normas Vectoriales y Matriciales. Espacios con Producto Interno.

Práctica 4: Proceso de Gram-Schmidt. Factorización QR.

Práctica 5: Matrices Unitarias y Ortogonales.

Práctica 6: Factorizaciones Rango-Espacio Nulo, Ortogonal y SVD.

Práctica 7: Autovalores y Autovectores. Formas de Jordan.

F. HORARIOS DE CLASES: Teóricos: Martes y Viernes de 14 a 16 hs

Prácticos: Viernes de 10 a 13 hs.

HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS: A convenir con los estudiantes.

G. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

- **Evaluaciones Parciales:** Se realizan dos evaluaciones parciales escritas, con modalidad presencial.
- **Evaluación Final:** Es un examen oral y versará sobre los contenidos impartidos en la teoría. Para aprobar, el estudiante deberá responder correctamente, al menos al 50% de las consignas.

CONDICIONES DE REGULARIDAD: Para obtener la regularidad de la materia se deberá cumplimentar con el Régimen de Estudiantes y de Enseñanza de Grado de la Universidad Nacional de Río Cuarto. Res. C.S.120/17:

a) Aprobar dos parciales o sus respectivos recuperatorios, acreditando un mínimo del 50% de los conocimientos solicitados en cada examen. En ese porcentaje deben estar incluidos los temas fundamentales de la asignatura.

b) Tener una asistencia a las clases prácticas de al menos el 75%.

PROGRAMA ANALÍTICO

A. CONTENIDOS

Unidad 1: ***Ecuaciones Lineales. Sistemas Rectangulares y Formas Escalonadas***

Eliminación Gaussiana. Método de Gauss Jordan. Aplicación: problema de contorno. Sistemas rectangulares y formas escalonadas. Consistencia de sistemas lineales. Sistemas homogéneos y no homogéneos.

Unidad 2: ***Álgebra de Matrices. Factorización LU***

Multiplicación de matrices. Multiplicación matricial por bloques. Inversión de matrices y propiedades. Matrices elementales y propiedades. Equivalencia. Relaciones entre columnas y filas de matrices equivalentes. Forma rango normal. Test de equivalencia. Transposición y rango. *Factorización LU*. Caracterización de la existencia de factores *LU*. *Factorización LU* con intercambios de filas. *Factorización LDU*. *Factorización de Cholesky*.

Unidad 3: ***Normas Vectoriales y Matriciales. Espacios con producto interno***

Normas vectoriales. Norma vectorial Euclídea. Producto interno estándar. Desigualdad de Cauchy – Bunyakowskii – Schwarz (*CBS*). Desigualdad triangular. Normas p. Normas vectoriales generales. Equivalencia de normas. Normas matriciales. Norma matricial de Frobenius. Normas matriciales generales. Normas matriciales inducidas. Normas matriciales 1, 2 e ∞. Espacios con producto interno. Producto interno general. Desigualdad *CBS* general. Normas en espacios con producto interno. Identidad del paralelogramo.

Unidad 4: ***Proceso de Gram-Schmidt. Factorización QR***

Vectores ortogonales. Angulo entre vectores. Conjuntos ortonormales. Expansiones de *Fourier*. *Procedimiento de Gram- Schmidt*. *Factorización QR*. Aplicación a mínimos cuadrados.

Unidad 5: ***Matrices Unitarias y Ortogonales. Reducción Ortogonal***

Matrices unitarias y ortogonales. Propiedades. Isometría. Proyector ortogonal elemental. Geometría de Proyectores elementales. Reflectores elementales (*transformaciones de Householder).* Propiedades. Rotaciones en IR^3. Matrices de rotación plana (*rotaciones de Givens*). Rotaciones en IR^n. Reducciones ortogonales: de Householder y de Givens.

Unidad 6: ***Factorizaciones Rango-Espacio Nulo, Ortogonal y SVD.***

Subespacios complementarios. Proyección. *Descomposición Rango-Espacio Nulo*. Índice de una matriz. Matrices nilpotentes. Subespacios invariantes. *Descomposición Núcleo-Nilpotente.*

Complemento ortogonal. *Teorema de descomposición ortogonal*. *Factorización URV*. Matrices *RPN* (rango perpendicular al núcleo). Matrices normales. *Descomposición a valores singulares (SVD).* Una aplicación geométrica: los valores singulares y la imagen de la esfera unitaria.

Unidad 7: Autovalores y Autovectores. Formas de Jordan

Autovalores y autovectores. Interpretación geométrica. Polinomio característico y ecuación característica. Coeficientes de la ecuación característica. Diagonalización por transformaciones de similaridad. Similaridad. Matrices diagonalizables. Preservación de autovalores por similaridad. *Teorema de triangularización de Schur*. *Teorema de Cayley Hamilton.* Multiplicidad algebraica y geométrica. Relación entre multiplicidades. Conjunto completo linealmente independiente de autovectores. Diagonalización y multiplicidades. Matrices normales. Propiedades. Diagonalización unitaria. Matrices simétricas y hermitianas. Matrices definidas positivas: caracterizaciones. Matrices semidefinidas positivas. Formas cuadráticas. Diagonalización de una forma cuadrática. Matrices nilpotentes y formas de Jordan. Formas de Jordan para matrices más generales.

B. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES

Semana	Teóricos	Prácticos	Parciales/ Recuperatorios
1	**Unidad 1**	Práctica 1	
2	**Unidad 1**	Práctica 1	
3	**Unidad 2**	Práctica 2 (P1)	
4	**Unidad 2**	Práctica 2 (P1)	
5	**Unidad 3**	Práctica 2 (P2)	
6	**Unidad 3**	Práctica 3	
7	**Unidad 4**	Práctica 4	
8	**Unidad 4**	Práctica 4	Primer Parcial
9	**Unidad 5**	Práctica 5	
10	**Unidad 5**	Práctica 5	
11	**Unidad 6**	Práctica 6	
12	**Unidad 6**	Práctica 6	

13	**Unidad 7**	Práctica 7	Segundo Parcial
14	**Unidad 7**		Recup. del Primer y Segundo Parcial

C. BIBLIOGRAFÍA

Obligatoria:

C. D. Meyer, Matrix Analysis and Applied Linear Algebra. SIAM Publications, Philadelphia, 2000.

De consulta:

G. H. Golub – C. F. Van Loan, Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, 1996.

I. C. F. Ipsen, Numerical Matrix Analysis: Linear Systems and least Squares. SIAM Publications, Philadelphia, 2009.

G. Strang, Linear Algebra and its Applications. Thomson Learning, 1988.

N. Thome Coppo, Análisis Matricial, Inversas Generalizadas y Aplicaciones. Apuntes de Clases. Universidad Politécnica de Valencia, 2017.

D. Watkins, Fundamentals of Matrix Computations. Wiley Interscience, 2002.

Dra. Claudia Gariboldi
Prof. Responsable