



Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales
Departamento de Matemática

FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ASIGNATURAS

CARRERA: Lic en Matemática.

PLAN DE ESTUDIOS: 2008 versión 1

ASIGNATURA: Modelos Matemáticos (cod. 2265)

DOCENTES RESPONSABLES: Marcelo Ruiz, Fernando Mazzone

EQUIPO DOCENTE: Marcelo Ruiz, Fernando Mazzone

AÑO ACADÉMICO: 2016

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Aprobada	Regular
Álgebra Lineal Aplicada (2261)	Ecuaciones Diferenciales (1913)
Cálculo Numérico computacional (2030)	

CARGA HORARIA TOTAL: 90 hs.

Teóricas: 45 hs., **Prácticas:** 45 hs..

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Segundo cuatrimestre de cuarto año

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

B.1) Generales

- Integrar los conocimientos adquiridos durante el curso de su carrera en un marco conceptual ligado a las aplicaciones y al modelado matemático.
- Adquisición de destrezas en el proceso de modelación matemática.
- Apropiarse de lenguajes, métodos y conocimientos de otras disciplinas científicas.

B.2) Específicos El alumno desarrollará capacidades para

- Modelar procesos biológicos y analizarlos a través de ecuaciones en diferencias.
- Visualizar la potencia de la matemática en el análisis de modelos matemáticos.
- Introducir los conceptos de estabilidad y caos, centrales en dinámica.
- Modelar procesos económicos y biológicos a través de modelos estocásticos.

C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR Modelos matemáticos, consideraciones generales. Ecuaciones en diferencias. Modelos poblacionales. Ecuaciones en diferencia lineales. Sistemas de ecuaciones en diferencias. Algoritmo de Putzer, formas de Jordan. Aplicaciones: modelos estructurados, modelos de Leslie. Aplicaciones del Teorema de Perron-Frobenius. Ecuaciones en diferencia no lineales. Estabilidad y caos. Soluciones periódicas. Modelos: Nicholson-Bailey, huesped-parásito, predador-presa.

D. FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS

Se resolvió desarrollar modelos biológicos para complementar los modelos físicos que son usualmente desarrollados en otras asignaturas. La idea central consiste en que de la interacción de modelos-teoría se logre visualizar el alcance de la matemática en la comprensión de la realidad y la necesidad de las construcciones teóricas en esta ciencia.

E. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

CLASES TEÓRICAS: Presencial, 3 horas semanales. La metodología que se desarrollará es la exposición por parte del docente de los fundamentos teóricos de los contenidos impartidos. Se incentivará la participación de los alumnos durante la clase, requiriendo que ellos aporten, por ejemplo, demostraciones de determinados hechos o, en general, soluciones a determinadas situaciones problemáticas que plantea el desarrollo teórico de la materia.

CLASES PRÁCTICAS: Presencial 3.5 horas semanales. Se espera que los alumnos trabajen sobre los ejercicios de la práctica en forma independiente fuera de los horarios de la asignatura. Posteriormente estos ejercicios se discutirán durante la clase, el profesor tratará de favorecer que los alumnos autogestionen su aprendizaje. Se incorporará la computadora como recurso pedagógico, usando Python y módulos científicos de este lenguaje.

F. **NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS** Hay un trabajo práctico por cada unidad de la materia a partir de la segunda.

G. **HORARIOS DE CLASES:** Lunes de 16hs a 20hs y martes de 18:00 a 20:00.

Horario de clases de consultas: Se convendrá con los alumnos, durante el desarrollo de la materia, los horarios de consultas.

H. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

Evaluaciones Parciales: Se le presentará al alumno una serie de problemas que deberá resolver.

Evaluación Final: Será oral, el alumno deberá desarrollar los ejes conceptuales y fundamentos teóricos de la materia.

Condiciones de regularidad: Aprobar los exámenes parciales o sus respectivos recuperatorios.

Condiciones de promoción: no se prevé

I. CONTENIDOS:

El asterisco al lado de las referencias citadas más abajo indica la bibliografía considerada principal. Dicho de otro modo, las citas sin el asterisco corresponden a bibliografía suplementaria.

Unidad 1. Modelos Matemáticos. Ingredientes de un modelo matemático. Variables, parámetros, ecuaciones de estado. Teorías, Leyes Generales y relaciones constitutivas. Validación de un modelo. Clasificación de los modelos: estáticos, dinámicos, deterministas, estocásticos, discretos y continuos. Bibliografía: [Bellomo and Preziosi, 1994, Heiliö et al., 2016, Banerjee, 2014]*.

Unidad 2. Ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes. Independencia lineal. Casoratio de funciones. Ecuación no homogénea. Método de coeficientes indeterminados. Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes. Algoritmo de Putzer. Matrices diagonalizables. Autovalores y autovectores. autovectores generalizados. Formas de Jordan. [Allen, 2007, Elaydi, 2013].

Unidad 3. Aplicaciones de ecuaciones escalares, modelos discretos de poblaciones de una especie. Aplicaciones de sistemas de ecuaciones. Modelos estructurados. Modelos de Leslie de estructuras por edad. Modelos de Usher. Otros tipos de modelos más generales. Teorema de Perron-Frobenius, digrafos asociados a matrices. Tests de positividad. Comportamiento en grandes escala de tiempo del modelo de Leslie. Bibliografía: [Allen, 2007, Elaydi, 2013, Allman and Rhodes, 2004, Haberman, 1998]

Unidad 4. Ecuaciones en diferencias no-lineales. Puntos fijos y soluciones periódicas. Estabilidad, estabilidad local y asintótica. Método de la teleraña. Estabilidad global. Teoría de bifurcaciones. Caos. Exponentes de Lyapunov. Modelos: Nicholson-Bailey, huesped-parásito, predador-presa. Bibliografía: [Allen, 2007, Elaydi, 2013, Allman and Rhodes, 2004, Haberman, 1998]

Unidad 5. Procesos de ramificación (branching) y de nacimiento. Funciones generatrices de probabilidad: introducción y propiedades generales. Caracterización de las sucesiones de los tamaños Z_n de la n -ésima generación. Probabilidades de extinción del proceso $\{Z_n\}$. Modelos de crecimiento poblacional a edades dependiente (age-dependent branching processes). Procesos de Markov: introducción, propiedades generales, funciones generatrices y clasificación de estados. Modelos de dinámicas poblacionales y evolución temporal del proceso de ramificación. Introducción a los procesos de nacimiento y al proceso de Poisson. Bibliografía: [Grimmett, 2004, Banerjee, 2014, Durrett, 2010].

J. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES:

Semana	Teóricos	Prácticos	Parciales/ Recuperatorios
1	Consideraciones generales- Ecuaciones en diferencias	Ecuaciones en diferencias	
2	Ecuaciones en diferencias escalares	Ecuaciones en diferencias escalares	
3	Ecuaciones en diferencias escalares	Ecuaciones en diferencias escalares	
4	Sistemas de Ecuaciones	Sistemas de Ecuaciones	
5	Sistemas de Ecuaciones	Sistemas de Ecuaciones	
6	Sistemas de Ecuaciones	Sistemas de Ecuaciones	
7	Aplicaciones	Aplicaciones	
8	Aplicaciones	Aplicaciones	
9	Ecuaciones no lineales	Ecuaciones no lineales	
10	Ecuaciones no lineales	Ecuaciones no lineales	
11	Aplicaciones	Aplicaciones	Viernes 28/10-Primer Parcial
12	Procesos de ramificación y de nacimiento	Procesos de ramificación	Viernes 4/11-Recuperatorio Primer Parcial
13	Procesos de ramificación y de nacimiento	Aplicaciones	Lunes 14/11 Segundo Parcial
14	Procesos de ramificación y de nacimiento	Aplicaciones	Viernes 18/11 Recuperatorio

Referencias

- [Allen, 2007] Allen, L. J. S. (2007). *An Introduction to Mathematical Biology*. Pearson/Prentice Hall.
- [Allman and Rhodes, 2004] Allman, E. S. and Rhodes, J. A. (2004). *Mathematical Models in Biology: An Introduction*. Cambridge University Press.
- [Banerjee, 2014] Banerjee, S. (2014). *Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications*. CRC Press.
- [Bellomo and Preziosi, 1994] Bellomo, N. and Preziosi, L. (1994). *Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation*. Mathematical Modeling. Taylor & Francis. Available from: <https://books.google.com.ar/books?id=pJAvWaRYo3UC>.
- [Durrett, 2010] Durrett, R. (2010). *Probability: Theory and Examples*. Cambridge University Press. Available from: https://services.math.duke.edu/~rtd/PTE/PTE4_1.pdf.
- [Elaydi, 2013] Elaydi, S. N. (2013). *An Introduction to Difference Equations*. Springer Science & Business Media.
- [Grimmett, 2004] Grimmett, G.; Stirzaker, D. (2004). *Probability and random processes*. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Oxford University Press. Available from: <https://global.oup.com/academic/product/probability-and-random-processes-9780198572220?cc=us&lang=en&>.
- [Haberman, 1998] Haberman, R. (1998). *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow*. SIAM.
- [Heiliö et al., 2016] Heiliö, M., Lähivaara, T., Laitinen, E., Mantere, T., Merikoski, J., Raivio, K., Silvennoinen, R., Suutala, A., Tarvainen, T., Tiihonen, T., Tuomela, J., Turunen, E., and Vauhkonen, M. (2016). *Mathematical Modelling*. Springer International Publishing.