



Universidad Nacional de Río Cuarto
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales
Departamento de Matemática

FORMULARIO PARA LA PRESENTACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ASIGNATURAS

CARRERA: Lic en Física.

PLAN DE ESTUDIOS: 2010 versión 0

ASIGNATURA: Análisis Matemático IV **CÓDIGO:** 2240

DOCENTES RESPONSABLES: Fernando Mazzone

EQUIPO DOCENTE: Fernando Mazzone y Leopoldo Buri

AÑO ACADÉMICO: 2017

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

| Para cursar | Para Rendir |
|----------------------------------|----------------------------------|
| Análisis Matemático II [2231] A | Análisis Matemático II [2231] A |
| Análisis Matemático III [2236] R | Análisis Matemático III [2236] A |

CARGA HORARIA TOTAL: 112 hs.

Teóricas: 56 hs., **Prácticas:** 56 hs..

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Segundo cuatrimestre de segundo año

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

Objetivos generales

- Abordar el aprendizaje desde una perspectiva crítica.
- Comprender el conocimiento matemático como fruto de una construcción histórica de la subjetividad humana.
- Introducir al alumno en los conceptos centrales del análisis de variable compleja y las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Objetivos específicos Para la elaboración de los objetivos y contenidos de la asignatura se han mantenido reuniones con la Comisión Curricular Permanente de la Lic. en Física. A partir de lo hablado en estas reuniones y de concepciones propias se han identificado los siguientes objetivos centrales

- Fluidez en las manipulaciones de series. Derivación e integración de series. En particular en el uso de estas técnicas en el contexto de las ecuaciones diferenciales.
- Comprender el rol de los números complejos como medio de expresar soluciones de ecuaciones algebraicas.
- Comprender el rol de los números complejos como medio de estudiar convergencia de series de potencias.
- Comprender el rol del mapeo conforme como invariante para la ecuación de Dirichlet y utilizar este hecho como medio de solución de estas ecuaciones.

- Vislumbrar el potencial de las series de funciones (potencias, Laurent, Frobenius, Fourier) como recurso para representar funciones, en particular en el contexto de la solución de ecuaciones diferenciales.
- Relacionar los conceptos aprendidos con problemas de física.

C. **CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR** Números Complejos. Funciones analíticas. Funciones Elementales. Integrales. Series. Residuos y polos. Mapeo conforme. Series de Fourier. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, métodos elementales de solución. Ecuaciones lineales de orden superior. Método de desarrollo en serie de potencias. Método de Frobenius. Problemas de Sturm-Liouville.

D. **FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS** Los contenidos propuestos son, casi exclusivamente, los contenidos mínimos expresados en el plan de estudios de la Lic. en Física. La sola excepción es el tema vinculado con problemas de Sturm-Liouville, que es incluido por su importancia para resolver diversos problemas de física. Esto fue manifestado en reuniones con la CCP de esa carrera.

E. **ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

CLASES TEÓRICAS: Presencial, 4 horas semanales. La metodología que se desarrollará es la exposición por parte del docente de los fundamentos teóricos de los contenidos impartidos. Se incentivará la participación de los alumnos durante la clase.

CLASES PRÁCTICAS: Presencial 4 horas semanales. Se espera que los alumnos trabajen sobre los ejercicios de la práctica en forma independiente fuera de los horarios de la asignatura. Posteriormente estos ejercicios se discutirán durante la clase, el profesor tratará de limitar su participación de modo tal de favorecer que los alumnos autogestionen su aprendizaje.

F. **NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS** Hay un trabajo práctico por cada unidad de la materia.

G. **HORARIOS DE CLASES:** Lunes 11-13 (T), 14-16(P), Miercoles 11-13 (T), 14-16(P).

Horario de clases de consultas: Se convendrá con los alumnos, durante el desarrollo de la materia, los horarios de consultas.

H. **MODALIDAD DE EVALUACIÓN:**

Evaluaciones Parciales: Se le presentará al alumno una serie de problemas que deberá resolver.

Trabajos prácticos: (sólo para promoción) Para aquellos alumnos que opten por cumplir los requisitos de promoción, se les solicitará como tarea adicional la presentación escrita de las respuestas a cuestionarios. Estos cuestionarios versaran sobre materiales escritos que se propondran como lectura. Habrá 7 de estos cuestionarios.

Evaluación Final: Será oral, el alumno deberá desarrollar los ejes conceptuales y fundamentos teóricos de la materia.

Condiciones de regularidad: Aprobar los exámenes parciales o sus respectivos recuperatorios.

Condiciones de promoción: Las estipuladas por la Res. CS 356/10. Esto es aprobar los exámenes parciales con una nota mínima de 6 y con un promedio no inferior a 7. Presentar los cuestionarios, mencionados arriba, debidamente respondidos y en los plazos establecidos. Presentar de manera escrita y oral, al final de la asignatura, un trabajo donde se exponga aplicaciones de los conceptos desarrollados durante la materia a un problema físico. El trabajo será de un extensión de al menos 10 páginas y no mayor de 15 páginas. Se toma como referencia la configuración de página de la clase `article` de \LaTeX

I. **CONTENIDOS:**

Unidad 1. El cuerpo de los números complejos \mathbb{C} Interludio histórico. Representación. de los números complejos. Propiedades geométricas y algebraicas. Conjugado y módulo. Topología de \mathbb{C} . Forma exponencial. Fórmula de Moivre. Raíces de números complejos. *Bibliografía principal: [5] Bibliografía consulta: [1, 4, 6, 8, 12].*

Unidad 2. Funciones Analíticas. Funciones de variable complejas. Límites. Continuidad. Diferenciación. Funciones analíticas. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones Armónicas. Aplicación a los flúidos ideales. Función exponencial y logaritmo. Ramas y derivadas del logaritmo. Exponenciación compleja. Funciones Hiperbólicas. funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas. *Bibliografía principal: [5] Bibliografía consulta: [1, 4, 6, 8, 12].*

Unidad 3. Integración. Integrales de contorno. Primitivas. Teorema de Cauchy. Regiones simplemente y múltiplemente conexas. Fórmula integral de Cauchy. El Teorema de Liouville y el Teorema Fundamental de Álgebra. *Bibliografía principal: [5] Bibliografía consulta: [1, 4, 6, 8, 12].*

Unidad 4. Series de Potencias y Laurent. Límite de sucesiones. Convergencia de series. Series de potencias. Series de Laurent. Convergencia de series de potencias. Diferenciación e integración de series de potencias. Operaciones entre series de potencias. Teorema de Taylor. Desarrollo en serie de Laurent alrededor de una singularidad. *Bibliografía principal: [5] Bibliografía consulta: [1, 4, 6, 8, 12].*

Unidad 5. Residuos y polos. Residuos. Teorema del residuo de Cauchy. Clasificación de singularidades aisladas. Aplicaciones: cálculo de integrales impropias. *Bibliografía principal: [5] Bibliografía consulta: [1, 4, 6, 8, 12].*

Unidad 6. Mapeo conforme. Mapeos definidos por funciones elementales. Transformaciones lineales. Transformación $1/z$. Transformaciones de Möbius. Mapeos del semiplanos. Mapeo conforme. Preservación de ángulos. Inversas locales. Funciones armónicas conjugadas. Transformación de de funciones armónicas. Aplicación: temperatura estacionaria en un semiplano. *Bibliografía principal: [5] Bibliografía consulta: [1, 4, 8].*

Unidad 7. Ecuaciones de Primer Orden. Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Problemas de valores iniciales. Familia de curvas y la familia ortogonal. Método de separación de variables. Aplicaciones: dinámica de mezclas, cuerpos en caída a lo largo de guías, curvas braquistócrona y tautócrona. Ecuaciones homogéneas. Ecuaciones exactas. Factores integrantes. Ecuaciones lineales de primer orden. Métodos de reducción de orden. Curvas de persecución. Velocidad de escape. Problema del resorte. Cambios de variables. *Bibliografía principal: [7, 9, 11], Bibliografía consulta: [2, 3].*

Unidad 8. Ecuaciones Lineales de Segundo Orden. Ecuaciones lineales. Reducción de orden. Ecuaciones homogéneas a coeficientes constantes. El problema no homogéneo. Independencia lineal. Bases de soluciones. Polinomio característico. Ecuaciones no homogéneas. Coeficientes indeterminados y variación de los parámetros. Vibraciones mecánicas. Solución del problema Kepleriano de los dos cuerpos. Osciladores armónicos acoplados. *Bibliografía principal: [7, 9, 11], Bibliografía consulta: [2, 3].*

Unidad 9. Solución en serie de potencias. Método de coeficientes indeterminados. Ecuaciones lineales de segundo orden: puntos regulares. Puntos singulares regulares. Series de Frobenius. Teoremas fundamentales. Polinomios de Legendre y funciones de Bessel de primera y segunda especie. Polinomios de Chebyshev y Hermite. *Bibliografía principal: [7, 9, 11], Bibliografía consulta: [2, 3].*

Unidad 10. Series de Fourier y problemas de contorno. Funciones periódicas y series trigonométricas. Convergencia. Series de senos y cosenos. Derivación e integración de series de Fourier. Aplicaciones a la solución de ecuaciones ordinarias lineales de segundo orden. Pro-

blemas de Sturm-Liouville. Aplicaciones a problemas de contorno. *Bibliografía principal*: [7], *Bibliografía consulta*: [2, 10].

J. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES:

| Sem. | Teóricos | Prácticos | Parciales/ Recuperatorios |
|------|---|---|---|
| 1 | Números complejos | Números complejos | |
| 2 | Funciones Analíticas | Funciones Analíticas | |
| 3 | Funciones Analíticas | Funciones Analíticas | |
| 4 | Funciones Analíticas, Integración | Funciones Analíticas, Integración | |
| 5 | Integración | Integración | |
| 6 | Series de potencias | Series de potencias | |
| 7 | Series de potencias, Residuos | Series de potencias, Residuos | |
| 8 | Mapeo conforme | Mapeo conforme | |
| 9 | Mapeo conforme | Mapeo conforme | 9/10 Primer parcial |
| 10 | Ecuaciones de Primer Orden | Ecuaciones de Primer Orden | |
| 11 | Ecuaciones lineales de segundo Orden | Ecuaciones lineales de segundo Orden | 23/10 Recup. Primer Parcial |
| 12 | Solución en serie de potencias | Solución en serie de potencias | |
| 13 | Solución en serie de potencias, Series de Fourier | Solución en serie de potencias, Series de Fourier | |
| 14 | Series de Fourier | Series de Fourier | 14/11 Segundo parcial 17/11 Recup. Segundo Parcial |

Referencias

- [1] Mark J. Ablowitz and A. S. Fokas. *Complex Variables: Introduction and Applications*. Cambridge University Press, abr 2003.
- [2] Juan M. Aguirregabiria. Ecuaciones diferenciales ordinarias para estudiantes de física. <https://web-argitalpena.adm.ehu.es/pdf/UCWEB004524.pdf>, jun 2000. Last accessed: 2017-07-02.
- [3] W.E. Boyce and Richard C. Diprima. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Limusa, 1998.
- [4] Luis Manuel Braga da Costa Campos. *Complex Analysis with Applications to Flows and Fields*. CRC Press, mar 2015.
- [5] James Ward Brown and Ruel V. Churchill. *Variable compleja y aplicaciones*. McGraw-Hill, jul 2004.
- [6] John B. Conway. *Functions of One Complex Variable I*. Springer Science & Business Media, ago 1978.
- [7] C.H. Edwards and D.E. Penney. *Ecuaciones diferenciales*. Pearson Educación, 2001.
- [8] Yue Kuen Kwok. *Applied Complex Variables for Scientists and Engineers*. Cambridge University Press, jun 2010.

- [9] F. Mazzone. Ecuaciones diferenciales ordinarias. https://github.com/fdmazzone/Ecuaciones_Diferenciales/raw/master/Teoria_Basica/LibroEcuaciones_Parte.pdf, 2017. Last accessed: 2017-07-02.
- [10] Hiroyuki Shima and Tsuneyoshi Nakayama. *Higher Mathematics for Physics and Engineering*. Springer Science & Business Media, abr 2010.
- [11] G. Simmons. *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas*. Mc-Graw-Hill, Madrid, 1991.
- [12] Elias M. Stein and Rami Shakarchi. *Complex Analysis*. Princeton University Press, abr 2010.