



Universidad Nacional de Río Cuarto  
Facultad de Ciencias Exactas, Físico-Químicas y Naturales



## UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**CARRERA:** Licenciatura en Física

**PLAN DE ESTUDIOS:** Vigente

**ASIGNATURA:** ÁLGEBRA II – Código 2233

**DOCENTE RESPONSABLE:** Dr. Julio César Barros

**EQUIPO DOCENTE:** Teóricos: Dr. Julio César Barros

Prácticos: Esp. Claudina Canter

Adscripta en Docencia: Lic. Valentina Orquera

Ayudante de Segunda: Alumna María Luz Rita LLanes

**AÑO ACADÉMICO:** Segundo cuatrimestre 2017

**REGIMEN DE LA ASIGNATURA:** Cuatrimestral

**RÉGIMEN**

**DE CORRELATIVIDADES:**

Para cursar		Para Rendir
Aprobada	Regular	Aprobada
	Álgebra I	Álgebra I

**CARGA HORARIA TOTAL:** 112 horas

**TEÓRICAS:** 4 hs (semanales)    **PRÁCTICAS:** 4 hs (semanales)

**CARÁCTER DE LA ASIGNATURA:** Obligatoria

### A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Segundo Cuatrimestre de Primer Año de la carrera.

## B. OBJETIVOS PROPUESTOS

**Relacionar y aplicar** los diferentes conceptos de la Geometría y del Álgebra Lineal en contextos diferentes.

**Integrar y relacionar** los diferentes lenguajes, geométrico, aritmético y algebraico, que subyacen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría y el Álgebra.

**Identificar y representar** los diferentes entes geométricos.

**Aplicar** adecuadamente el lenguaje algebraico en demostraciones.

**Formular** en términos precisos las definiciones, proposiciones y relaciones que se presentarán en el desarrollo de la teoría.

**Deducir** de las proposiciones generales de la teoría conclusiones sobre situaciones particulares.

**Aplicar** los conceptos desarrollados en la resolución de problemas tanto de índole teóricos como aplicados.

**Favorecer** el trabajo colaborativo entre pares.

**Investigar y contrastar** los temas de estudio en diferentes bibliografías.

## C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR

- **Ejes estructurantes:** Espacio vectorial - Base de un espacio vectorial – Transformación Lineal – Diagonalización.
- **Contenidos Básicos:** Espacios vectoriales. Transformaciones lineales y matrices. Teorema de la dimensión. Rango de una matriz. Espacio dual. Espacio Euclídeo. Bases ortonormales. Polinomios. Autovalores y autovectores.

## D. FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS

El Álgebra Lineal es una rama de la Matemática que estudia conceptos tales como vectores, matrices, sistemas de ecuaciones lineales, espacios vectoriales y sus transformaciones lineales.

El Álgebra Lineal es, según Dorier, un “compuesto explosivo” de lenguajes y sistemas de representación. Es posible distinguir el uso de tres lenguajes básicos: el *geométrico*, el *aritmético* y el *algebraico*. Además de esos lenguajes, se utiliza también una *variedad de representaciones* de los lenguajes, sin dejar de lado *las representaciones cartesianas y paramétricas*. Esta variedad de representaciones semióticas son necesarias en la actividad matemática, pues los objetos no pueden percibirse directamente y deben representarse para poder expresar el pensamiento. El manejo de esos distintos lenguajes no resulta una tarea fácil a la hora de aprender esta disciplina, es por ello que el propósito principal de esta asignatura es integrar el uso de dichos lenguajes y sistemas de representación.

El objetivo al momento de seleccionar los contenidos de esta área de la matemática es ayudar a los estudiantes a comprender y hacer operativos los conceptos básicos de Álgebra Lineal y a desarrollar habilidades que serán de utilidad a lo largo de sus estudios.

Se han seleccionado y desarrollado los conceptos básicos y tradicionales de Álgebra Lineal como lo son: Combinación lineal - Sistema de generadores – Independencia lineal. Estas nociones resultan nucleares en el Álgebra Lineal y a su vez solvatan otros conceptos provenientes de otras ramas de la matemática.

Las competencias que se desean favorecer (en relación al perfil del egresado, su práctica profesional y alcance del título) con la metodología de trabajo en esta asignatura son: dotar al alumno con un alto conocimiento técnico. Capacitarlo para el uso de las herramientas matemáticas en la resolución de problemas científicos y/o tecnológicos. Brindar al alumno conocimientos sólidos en esta rama de la matemática. Desarrollar los elementos básicos del trabajo de la ciencia matemática mirando el tratamiento de los contenidos fundamentales desde diversos aspectos: conceptuales, lógicos, históricos, numéricos y/o gráficos.

**Requisitos Previos:** Operaciones básicas de números reales. Concepto de función. Operaciones básicas de polinomios. Ecuación de segundo grado. Completación de cuadrados. Nociones básicas de geometría Euclídea.

## **E. ACTIVIDADES A DESARROLLAR**

**CLASES TEÓRICAS:** Las clases teóricas tienen una duración de 2 horas y una frecuencia semanal de 2 clases por semana (total 4 hs semanales). En éstas clases se inducirán las definiciones y conceptos fundamentales mediante ejemplos que recorten apropiadamente el concepto y/o definición a transmitir. Se puntualizará la relación con otras asignaturas que el alumno ya cursó o está cursando. En estas clases se inicia al estudiante en el estudio de los conceptos elementales del Álgebra Lineal, para que junto con el profesor ellos puedan resignificarlos, internalizarlos y asirlos como herramienta de su devenir como futuro usuario o especialista en esta área.

Además se hará una amplia ejemplificación y se mostrarán las principales aplicaciones de los resultados teóricos en diversas áreas de la ciencia.

**CLASES PRÁCTICAS:** Las clases prácticas tienen una duración de 2 horas y una frecuencia semanal de 2 clases por semana (total 4 hs semanales). En las clases prácticas los alumnos resolverán guías de problemas. En las guías de trabajos prácticos se elige una ejercitación dónde se propone el uso y la reflexión de las nociones trabajadas en las clases teóricas, ello a fin de favorecer la internalización de los conceptos y establecer las relaciones conceptuales no sólo entre las nociones de Álgebra sino también con conceptos ya aprendidos en otras asignaturas. La resolución de problemas tiene por objetivo afianzar los resultados de la teoría como así también, dar respuesta a nuevas situaciones problemáticas. A fin de que el alumno pueda contar con herramientas computacionales y herramientas de cálculo potentes se pondrá el uso de los siguientes software:

1. GeoGebra. Es un software interactivo en el que se "asocian", por partes iguales, la Geometría y el Algebra. Fue especialmente diseñado como utilitario para la enseñanza y aprendizaje de matemática. Sitio web: <http://www.geogebra.at/>
2. PARI/GP. Es un sistema de álgebra computacional muy utilizado, diseñado para cálculos rápidos en Teoría de Números (factorización, Teoría Algebraica de Números, curvas elípticas,...) pero que también incluye un gran número de otras funciones útiles

para operar con objetos matemáticos como matrices, polinomios, series de potencias, números algebraicos. Sitio web: <http://pari.math.u-bordeaux.fr/>

3. Octave. Es un lenguaje de alto nivel destinado al cálculo numérico. Este lenguaje es compatible con MATLAB, pero a diferencia de este último octave se distribuye de manera gratuita. Sitio web: <http://www.gnu.org/software/octave/>

**CLASES DE CONSULTAS:** Los alumnos dispondrán de 2 horas semanales de consultas tanto de aspectos teóricos como prácticos de la asignatura.

#### **F. NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS**

Trabajo práctico Nro. 1: **Vectores y Matrices**

Trabajo práctico Nro. 2: **Sistema de Ecuaciones Lineales**

Trabajo práctico Nro. 3: **Espacios Vectoriales y Subespacios**

Trabajo Práctico Nro. 4: **Base y Dimensión**

Trabajo Práctico Nro. 5: **Cambio de Base**

Trabajo práctico Nro. 6: **Espacio Euclídeo**

Trabajo práctico Nro. 7: **Transformaciones Lineales. Matriz asociada a una transformación lineal**

Trabajo práctico Nro. 8: **Espacio Dual**

Trabajo práctico Nro. 9: **Determinantes**

Trabajo práctico Nro. 10: **Autovalores y Autovectores**

#### **G. HORARIOS DE CLASES:**

A convenir

#### **H. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:**

- **Problemas de Seguimiento:** Los alumnos serán evaluados a través de actividades integradoras, que se toman durante el desarrollo de la asignatura. Esta actividad tiene por objetivo el seguimiento del desarrollo madurativo de los conceptos, internalización y apropiación de los mismos por parte del alumno.
- **Evaluaciones Parciales:** Se examinará al alumno en dos instancias. El primer examen parcial escrito versará sobre problemas del tipo desarrollado en los prácticos 1, 2, 3, 4 y 5. El segundo examen parcial escrito versará sobre problemas del tipo desarrollado en los prácticos 6, 7, 8, 9 y 10. Cada examen parcial puede ser recuperado una vez.
- **Evaluación Final:**  
Alumnos regulares: el examen final será escrito y versará sobre los aspectos teóricos desarrollados en el curso.  
Alumnos libres: el alumno deberá rendir un examen escrito que versará sobre problemas del tipo desarrollado en los trabajos prácticos. Aprobada esta instancia deberá rendir examen escrito que versará sobre los aspectos teóricos de la asignatura.
- **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Para regularizar esta asignatura el alumno deberá tener una asistencia del 80% a las clases prácticas y aprobar los dos exámenes parciales.
- **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** No hay promoción.

## PROGRAMA ANALÍTICO

### A. CONTENIDOS

#### **Unidad 1: Vectores y Matrices**

Vectores en el plano y en el espacio. Operaciones. Operaciones con matrices. Producto de matrices. Matriz transpuesta. Matrices simétrica y antisimétrica. Matrices diagonal y triangulares. Matrices involutiva e idempotente. Matriz inversa. Matriz ortogonal. Matrices elementales: definición y operaciones. Matrices equivalentes por filas. Método para determinar la inversa de una matriz por medio de matrices elementales.

#### **Unidad 2: Sistema de ecuaciones lineales**

Sistemas de ecuaciones lineales. Reducción por fila y forma escalonada. Compatibilidad y resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Representación geométrica de las ecuaciones del sistema y del conjunto solución en el plano y en el espacio. Sistemas con parámetros. Sistemas homogéneos. Caracterización del conjunto solución de un sistema lineal. Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales en notación matricial. Relación entre los sistemas de ecuaciones lineales y la matriz asociada al sistema.

#### **Unidad 3: Espacios Vectoriales**

Concepto de espacio vectorial. Propiedades y ejemplos de espacios vectoriales sobre los Reales y sobre los Complejos. Subespacios. Operaciones entre Subespacios: intersección y suma, suma directa de subespacios. Combinación lineal. Subespacio generado. Dependencia e independencia lineal. Sistema de generadores. Base y dimensión de un espacio vectorial. Dimensión de la suma de subespacios. Coordenadas. Matriz de cambio de base.

#### **Unidad 4: Espacio Euclídeo**

Productos escalares, definición de norma. Propiedades. Desigualdad de Cauchy – Schwarz. Ortogonalidad. Proyección ortogonal. Subespacio ortogonal. Mejor aproximante. Bases ortogonales y ortonormales. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.

#### **Unidad 5: Transformaciones lineales**

Transformación lineal entre dos espacios vectoriales. Interpretación geométrica. Análisis geométrico de algunas transformaciones lineales especiales: homotecia, rotación y traslación. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Monomorfismos, epimorfismos e isomorfismos. Teorema de la dimensión. Matriz asociada a una transformación lineal. Diagramas conmutativos. Composición de transformaciones lineales. Transformación lineal inversa.

#### **Unidad 6: Espacio Dual**

Funcionales lineales. Espacio Dual. Base dual. Anulador. Relación con los sistemas de ecuaciones lineales homogéneos.

#### **Unidad 7: Determinantes**

Definición. Propiedades de la función determinante. Existencia y unicidad del determinante. Determinante de la matriz transpuesta. Determinante del producto de dos matrices. Adjunta de una matriz. Inversión de matrices no singulares. Cálculo de áreas y volúmenes usando determinante.

### **Unidad 8: Autovalores y autovectores**

Autovalores y autovectores. Polinomio característico. Diagonalización de una matriz. Matrices Semejantes. Subespacios invariantes. Aplicaciones: Ecuaciones Diferenciales. Clasificación de cónicas.

#### **B. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES**

Semana	Teóricos	Prácticos	Día/ Fecha	Parciales / Recuperatorios
1		Práctico 1		
2	Unidad 1-2	Práctico 2		
3	Unidad 2-3	Práctico 3		
4	Unidad 3	Práctico 3-4		
5	Unidad 3	Práctico 4		
6	Unidad 4	Práctico 5		
7	Unidad 5			Primer Parcial
8	Unidad 5	Práctico 6		
9	Unidad 5	Práctico 7		
10	Unidad 6	Práctico 7		
11	Unidad 7	Práctico 8		
12	Unidad 7	Práctico 9		
13	Unidad 8	Práctico 10		
14	Unidad 8			Segundo Parcial y Recuperatorios

#### **C. BIBLIOGRAFÍA**

- Notas de Álgebra Lineal. (2016). Ana Rosso – Julio Barros. Ed. UniRío.
- Apuntes de Álgebra Lineal. (2017). Julio Barros – Valentina Orquera. Pdf2017
- Álgebra Lineal. (2006). Grossman Stanley. Quinta Edición. Ed. Mc. Graw-Hill
- Álgebra Lineal y sus aplicaciones (2007) Lay David. Ed. Pearson. Addison- Wesley.
- Álgebra Lineal. (1976). Lang Serge. Ed. Fondo educativo interamericano
- Álgebra Lineal y sus aplicaciones (1986) Strang, Gilbert. Ed. Addison-Wesley
- Introducción al Álgebra Lineal. (2009). Anton H. Editorial Limusa-Wiley.
- Álgebra Lineal. (1979) Kenneth; Kunze, Ray. Ed. Prentice Hall
- Fundamentos de Algebra Lineal y aplicaciones. (1980) Florey, Francis G. 1a ed. Ed. Prentice Hal
- Álgebra Lineal con MatLab (1999) Colman Bernard, Hill, David R. 6a ed Ed. Prentice Hall

Dr. Julio C. Barros

Profesor Responsable