



UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA/S: Licenciatura en Matemática

PLAN DE ESTUDIOS: 2008

(Consignar Orientación si existiere)

ASIGNATURA: Medida e Integración

CÓDIGO: 2263

DOCENTE RESPONSABLE: Graciela Giubergia

EQUIPO DOCENTE: Albina Priori

AÑO ACADÉMICO: 2016

REGIMEN DE LA ASIGNATURA: cuatrimestral

RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES: (para cursado)

<i>Aprobada</i>	<i>Regular</i>
	Topología

CARGA HORARIA TOTAL: 120 hs

TEÓRICAS: 4 hs PRÁCTICAS: 4 hs LABORATORIO: hs

CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Esta asignatura se encuentra en el tercer año de la licenciatura en Matemática.

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

Objetivo general

- Que los alumnos comprendan la importancia de la construcción de la teoría de la medida en el marco del desarrollo de la ciencia matemática.

Objetivos específicos

Que el estudiante

- Se inicie en el estudio de la teoría de la medida y en la integral de Lebesgue.
- Comprenda la diferencia entre los distintos tipos de convergencia, y establezca relaciones entre ellas.
- Descubra la potencialidad de los resultados más significativos de la asignatura, y pueda manejarlos con soltura.

- Comprenda el significado de medida completa y medida producto, tomando como modelo el proceso de construcción de la medida de Lebesgue en \mathbb{R}^n .
- Establezca relaciones entre algunos conceptos de la teoría de la medida y la de la probabilidad.

C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR

Medida de Lebesgue en \mathbb{R}^n . Medida exterior de Lebesgue. Conjuntos medibles. Conjuntos borelianos. Conjuntos de medida nula. Estructura de los conjuntos medibles. Funciones medibles Lebesgue. Funciones características y funciones simples. Propiedades verdaderas en casi todo punto. Convergencia en casi todo punto y convergencia en medida. Integral de Lebesgue. Teoremas de paso al límite bajo el signo integral. Comparación con la integral de Riemann. Integración parcial: teorema de Fubini. Convoluciones. Los espacios L_p , con $1 \leq p \leq \infty$. Términos probabilísticos. Eventos independientes y sus propiedades. Ley de los grandes números.

FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS

Esta asignatura introduce al alumno en la teoría de la medida basada en la teoría de Lebesgue. La integración es un concepto fundamental en matemáticas avanzadas, y los resultados que se imparten en este curso son necesarios en diversas áreas del conocimiento matemático, tales como el análisis, las ecuaciones diferenciales, la teoría de probabilidades, etc.

D. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

(Consignar las formas metodológicas)

CLASES TEÓRICAS: Representan aproximadamente el 50% de la carga total de la asignatura. En ellas se introducen los conceptos fundamentales de la materia, poniendo énfasis en las ideas centrales. Se incentiva permanentemente la participación de los alumnos, a la vez que se los induce a relacionar los nuevos temas con los conceptos desarrollados en otras asignaturas.

CLASES PRÁCTICAS: En las clases prácticas se resuelven guías de ejercicios en los cuales los estudiantes pueden afianzar los conceptos nuevos, y profundizar así el desarrollo de metodologías en el trabajo matemático.

CLASES DE TRABAJOS PRÁCTICOS DE LABORATORIO: No hay

E. NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

Se trabaja con las siguientes guías de ejercicios:

Trabajo Práctico 0: *Preliminares.*

Trabajo Práctico 1: *Medida de Lebesgue.*

Trabajo Práctico 2: *Funciones medibles.*

Trabajo Práctico 3: *Integral de Lebesgue.*

Trabajo Práctico 4: *Integración Parcial- Teorema de Fubini.*

Trabajo Práctico 5: *Espacios de funciones clásicos*

Trabajo Práctico 6: *Relación entre teoría de la medida y de la probabilidad.*

F. **HORARIOS DE CLASES:** Martes 14 a 18 hs. Jueves 14 a 18 hs.

HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS: Lunes 16 hs, Jueves 13 hs.

G. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

- **Evaluaciones Parciales:** En la materia se evalúa la parte práctica mediante dos parciales.
- **Evaluación Final:** El examen final para alumnos regulares consiste en un examen oral sobre los contenidos de la asignatura: definiciones, propiedades, ejemplos, demostraciones. La aprobación se obtiene con un mínimo del 50%. El examen final para alumnos libres consta de dos partes: un examen de la parte práctica (que equivaldría a los dos parciales que se toman para obtener la regularidad) y uno de la parte teórica, de similares características al final de un alumno regular.
- **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Para aprobar cada parcial el alumno debe sumar un porcentaje de al menos el 50% del puntaje. Para obtener la regularidad de la asignatura el estudiante debe aprobar cada uno de esos exámenes parciales o sus respectivos recuperatorios.
- **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** No hay.

PROGRAMA ANALÍTICO

A. CONTENIDOS

UNIDAD 0: Preliminares.

Repaso de las nociones de recta extendida, supremo e ínfimo. Definición y propiedades de límite inferior y superior de una sucesión de números, de una sucesión de conjuntos y de una función. Funciones semicontinuas.

UNIDAD 1: Medida de Lebesgue.

Proceso de construcción de la medida de Lebesgue: Medida de intervalos. Medida de conjuntos elementales. Conjuntos σ -elementales. Propiedades. El conjunto de Cantor. Medida exterior de Lebesgue. Invariancia bajo traslaciones. Conjuntos medibles. Propiedades. Sucesiones monótonas de conjuntos medibles. Conjuntos de medida nula. Conjuntos borelianos. Un ejemplo de conjunto no medible: conjunto de Vitali. Estructura de los conjuntos medibles.

UNIDAD 2: Funciones medibles Lebesgue

El concepto de función medible. Operaciones algebraicas. Sucesiones de funciones medibles. Funciones características y funciones simples. Propiedades verdaderas en casi todo punto. Convergencia en casi todo punto, convergencia en medida y relación entre ambas. Teorema de Egorov. Función singular de Cantor.

UNIDAD 3: Integral de Lebesgue.

Definición de la integral para una función no negativa. Integrales de funciones simples. Paso al límite bajo el signo integral. Integral de funciones con valores de distinto signo. Convergencia mayorada. Comparación con la integral de Riemann. La integral y los conjuntos de medida nula. Invariancia bajo traslaciones. La integral como función de conjunto.

UNIDAD 4: Integración parcial: teorema de Fubini.

Integración parcial: Teoremas de Fubini- Tonelli y de Fubini. La convolución. Propiedades.

UNIDAD 5: Espacios de funciones clásicos

Noción de espacio de Banach y espacio de Hilbert. El espacio de las funciones integrables. Las funciones esencialmente acotadas. Funciones de cuadrado integrable. Los espacios L_p con $1 \leq p \leq \infty$.

UNIDAD 6: Relación entre teoría de la medida y teoría de probabilidad

Medidas abstractas. Propiedades. Espacios de medida finitos y σ -finitos. Medias completas. Medida producto. Teorema de Fubini para medidas abstractas. Términos probabilísticas. Eventos independientes y sus propiedades. Ley de los grandes números, distintas versiones.

B. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES

Semana	Día/Fecha	Teóricos	Día/Fecha	Prácticos	Día/ Fecha	Parciales / Recuperatorio
1	16/08- 18/08	Unidad 0 y Unidad 1.	16/08- 18/08	Práctico 0		
2	23/08- 25/08	Unidad 1.	23/08- 25/08	Práctico 0 y 1		
3	30/08- 01/09	Unidad 1.	30/08- 01/09	Práctico 1		
4	06/09-08/09	Unidad 2.	06/09-08/09	Práctico 1		
5	13/09- 15/09	Unidad 2.	13/09- 15/09	Práctico 2		
6	20/09- 22/09	Unidad 2.	20/09- 22/09	Práctico 2		
7	27/09- 29/09	Unidad 3.	27/09- 29/09	Práctico 3		
8	04/10- 06/10	Unidad 3 y Unidad 4.	04/10- 06/10	Práctico 3		
9	11/10- 13/10	Unidad 4.	11/10- 13/10	Práctico 3	14/10	Primer Parcial
10	18/10- 20/10	Unidad 4 y Unidad 5.	18/10- 20/10	Práctico 4	21/10	Recuperatorio
11	25/10- 27/10	Unidad 5.	25/10- 27/10	Práctico 5		
12	01/11- 03/11	Unidad 5 y Unidad 6	01/11- 03/11	Práctico 5		
13	08/11- 10/11	Unidad 6	08/11- 10/11	Práctico 6		
14	15/11- 17/11		15/11- 17/11	Práctico 6	16/11 18/11	Segundo Parcial Recuperatorio

(Recordar las fechas de parciales deberán ser consensuadas con los responsables de las demás asignaturas del cuatrimestre correspondiente, en acuerdo con la Res. C.S. 356/10)

C. BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

- MEDIDA E INTEGRAL DE LEBESGUE. Fava, Zó. Red Olímpica, 1996.
- REAL ANALYSIS. Folland, John Wiley & sons, Inc, 1999
- <http://kolmogorov.unex.es/~montalvo/apuntes> , capítulos 17 al 27
- http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/soria/TIM/integral_03.html
- MEASURE AND INTEGRAL Wheeden, Zygmund. Marcel Dekker, Inc.