UNIVERSIDAD NACIONAL DE RÍO CUARTO

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICO-QUÍMICAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA/S: Profesorado y Licenciatura en Matemática
PLAN DE ESTUDIOS: Versión 2 del 2001 y 2008 del Profesorado y Licenciatura respectivamente
ASIGNATURA: Probabilidades
CÓDIGO: 1987
DOCENTE RESPONSABLE: Marcelo Ruiz
EQUIPO DOCENTE: Juliana Maldonado y Marcelo Ruiz
AÑO ACADÉMICO: 2016
REGIMEN DE LA ASIGNATURA: Cuatrimestral
RÉGIMEN DE CORRELATIVIDADES:

Aprobada	*Regular*
1928	

CARGA HORARIA TOTAL[1]: 120
TEÓRICAS: 4hs **PRÁCTICAS:** 4 hs **LABORATORIO:** 0hs
CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria

[1] Para el Profesorado la carga horaria total por cuatrimestre es de 120 hs y, para la Licenciatura, 90 horas.

A. CONTEXTUALIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura está situada, en ambos planes de estudio, en el segundo cuatrimestre del segundo año. En la fundamentación de los contenidos se explicitan las vinculaciones de los contenidos de esta asignatura con los de otras del Plan de Estudio.

B. OBJETIVOS PROPUESTOS

Objetivos Generales

- Aportar al sostenimiento de una actitud crítica y reflexiva sobre las instancias de producción del conocimiento.
- Contribuir a la contextualización de la complejidad epistemológica de las teorías específicas.

Objetivos Específicos

- Comprender los primeros conceptos de la teoría de probabilidad y sus interrelaciones con otras áreas de la matemática.
- Abordar instancias de modelaje de objetos de otros campos científicos tales como biología, física, economía, computación, etc.

C. CONTENIDOS BÁSICOS DEL PROGRAMA A DESARROLLAR

Espacios de Probabilidad. Variable aleatoria. Función de distribución. Variable aleatoria discreta y continua. Vectores aleatorios. Momentos. Dependencia e Independencia. Distribuciones condicionales. Funciones Generatrices. Convergencia Estocástica.

D. FUNDAMENTACIÓN DE LOS CONTENIDOS

La asignatura inicia con la exposición de las nociones de experimento aleatorio ($\mathscr{E}$) y de chance. A partir de experimentos simples como "$\mathscr{E}$: arrojar una moneda" o "lanzar un dado" (o bien, n monedas o n dados) se construyen las primeras nociones de eventos, operaciones entre ellos y la probabilidad como una función sobre la colección de eventos.

La definición axiomática de espacio de probabilidad $(\Omega, \mathscr{F}, P)$, con $\mathscr{F}$ una σ-álgebra y P una medida en probabilidad, es necesaria para un tratamiento general que comprenda espacios muestrales infinitos- numerables o no numerables- y σ-álgebras no elementales. Se enuncian y se demuestran las primeras propiedades generales de $\mathscr{F}$ y P.

Las denominadas "técnicas de conteo" permiten calcular probabilidades de eventos en una amplia variedad de problemas. Se establecen relaciones con temas desarrollados en matemática discreta, que serán también retomados en asignaturas posteriores, como por ejemplo problemas que relacionan probabilidad y grafos.

Si bien la construcción de $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ se enmarca en una teoría más general de la medida, no obstante, las nociones de dependencia e independencia entre eventos son conceptos "bisagra" en tanto abren puertas a los problemas distintivos y específicos de teoría de la probabilidad.

Se definen los conceptos de "independencia" e "independencia de a dos" en colecciones de eventos, estudiando sus relaciones. El concepto de partición y el de probabilidad condicional permiten enunciar y probar el teorema de Bayes.

Vinculada a la noción de medición (experimental), en contextos de aleatoriedad, se introduce el concepto de variable aleatoria y de función de distribución, caracterizando propiedades generales de esta última. Se tratan por separado las variables y vectores aleatorios discretos y continuos. Se muestra, a partir de ejemplos elementales, la necesidad de contar con un concepto más general, dado la existencia de variables aleatorias que caen fuera de la clasificación binaria continua-discreta. El desarrollo de estos temas supone una integración con conceptos del análisis como continuidad, derivabilidad, continuidad absoluta, convergencia de sucesiones y series, etc.

Modelos paramétricos tales como las distribuciones de Bernoulli, binomial, geométrica, de Poisson, normal, exponencial, etc. proveen una gran variedad de aplicaciones a otros campos disciplinares. La distribución normal permite definir distribuciones como la Chi-cuadrado o la F de Fisher que jugarán un rol importante en el contexto de estimación en la asignatura Estadística del plan de ambas carreras.

A partir de las nociones de integral y de series (cuando el rango de la variable no es finito) se definen los conceptos de momentos, en especial el de esperanza o media y el de varianza. En torno al problema "dependencia- independencia" se da la definición de distribución condicional y se estudian las propiedades de la varianza y esperanza condicionales. Se dan condiciones necesarias y suficientes para la independencia de colecciones de variables. La covarianza y el coeficiente de correlación lineal introducen la noción de asociación lineal entre variables aleatorias, que será retomada en la asignatura Estadística mencionada. Dado que la colección de variables aleatorias con varianza finita es un espacio vectorial con producto interno, presentar esta modelización permite generar interpretaciones geométricas y algebraicas importantes.

La técnica de la "función inversa" nos provee un método simple para realizar experimentos numéricos que incluyen variables aleatorias con una distribución dada. Dicha técnica se presenta en el contexto del importante problema de "generación de aleatoriedad" utilizando sucesiones determinísticas de números reales, denominadas generadores congruenciales , proponiéndose la utilización del entorno (y lenguaje) de acceso libre R (o equivalente) para ejemplificar el tratamiento de este tipo de problemas.

Las funciones generatrices de probabilidad y de momentos y las funciones características son instrumentos potentes para caracterizar, por ejemplo, el comportamiento de sumas de distribuciones y, en especial, cuando se asumen modelos paramétricos que tienen la propiedad reproductiva (familias cerradas por convolución). Si bien los teoremas de continuidad y de inversión son necesarios para tratar las relaciones entre funciones características y de distribución y el estudio de distribuciones límites, por la ubicación curricular de esta asignatura no es posible hacer un tratamiento exhaustivo. No obstante se enuncian estos resultados y se explica la importancia de ellos.

Con un carácter preliminar se introducen las caminatas aleatorias y los procesos de ramificación, abordando algunas de sus propiedades y ejemplos en el contexto del desarrollo de las funciones generatrices. Estos temas son parte de un desarrollo de la teoría de los procesos estocásticos que se pueden abordar en asignaturas optativas.

Introducimos los diferentes conceptos de convergencia estocástica- en probabilidad, casi segura, en media y en distribución- abordamos una primera versión de la ley de los grandes números y el teorema central del límite, enfatizando su importancia conceptual.

E. ACTIVIDADES A DESARROLLAR

La asignatura se organiza en 4 horas semanales de clases teóricas y 4 de clases prácticas. Se abordan los contenidos planteados en el programa, propiciando un abordaje gradual a la comprensión de los mismos. Se promueven lógicas de integración de saberes a través de la articulación con contenidos de otras asignaturas.

En las clases prácticas se trabajan situaciones-problemas a través de la resolución de ejercicios.

En ambas clases, teóricas y prácticas, se fomenta la participación de los estudiantes.

F. NÓMINA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

Un trabajo práctico por cada unidad de la materia.

G. HORARIOS DE CLASES: Lunes y miércoles de 16 a 19 hs y jueves de 12 a 14 hs.

HORARIO DE CLASES DE CONSULTAS: 2 hs semanales en horario a convenir con el grupo.

H. MODALIDAD DE EVALUACIÓN:

- **Evaluaciones Parciales:** Dos (2) parciales en las cuales el estudiante deberá resolver ejercicios.
- **Evaluación Final:** En la evaluación final el estudiante deberá desarrollar los ejes conceptuales abordados durante el cursado.

- **CONDICIONES DE REGULARIDAD:** Aprobar dos exámenes parciales (cada parcial tiene su instancia de recuperación).

- **CONDICIONES DE PROMOCIÓN:** no se prevé.

PROGRAMA ANALÍTICO

I. CONTENIDOS

Unidad 1. Espacios de Probabilidad. Introducción. Principios de conteo. Permutaciones. Combinaciones. Coeficientes multinomiales. Problemas de distribución de objetos en urnas.
Espacios de probabilidad. Propiedades elementales. Probabilidad Condicional e Independencia. Teorema de Bayes.

Unidad 2. Variables Aleatorias, definiciones generales.
Definición de variable aleatoria. Funciones de distribución. Casos discreto y continuo. Vectores Aleatorios.

Unidad 3. Variables Aleatorias Discretas. Funciones de probabilidad de masa y de distribución. Propiedades. Independencia e independencia de a pares de familias de variables aleatorias. Esperanza o valor esperado. Momentos. Varianza. Propiedades de la esperanza y varianza como operadores. Ensayos de Bernoulli, distribución binomial, multinomial, de Poisson, geométrica y binomial negativa. Dependencia. Distribuciones conjuntas y marginales. Covarianza y variables correlacionadas. Coeficiente de correlación y estructura de asociación. Distribución condicional y esperanza condicional. Propiedades.

Unidad 4. Variables Aleatorias Continuas. Funciones de densidad y de distribución. Propiedades. Independencia. Esperanza. Distribución uniforme, exponencial, normal, gamma, de Cauchy, beta, de Weibull. Dependencia. Distribución normal bivariada. Distribuciones conjuntas y marginales. Distribución condicional y esperanza condicional. Propiedades. Funciones de variables aleatorias. Sumas de variables aleatorias. Distribución normal multivariada y distribuciones asociadas. Distribuciones de las variables aleatorias media y varianza bajo normalidad e independencia. Generación de números aleatorios (transformación inversa).

Unidad 5. **Funciones Generatrices y sus aplicaciones**. Funciones generatrices. Algunas aplicaciones. Caminatas aleatorias y procesos branching. Funciones características, teoremas de inversión y continuidad.

Unidad 6. Convergencia. Nociones de convergencia estocástica. Ley de los grandes números. Teorema central del límite. Versión local del teorema central del límite.

J. CRONOGRAMA DE CLASES Y PARCIALES

Semanas	Teóricos	Prácticos	Parciales / Recuperatorios
1, 2 y 3	Espacios de probabilidad	Práctico 1 (Primeros conceptos; independencia y probabilidad condicional).	
4 y 5	Variables aleatorias y definiciones generales.	Práctico 2 (Variables y vectores aleatorios).	
6 y 7	Variables aleatorias discretas	Práctico 3 (Variables aleatorias discretas).	Primer parcial 28/09/2016
8 y 9	Variables aleatorias continuas.	Práctico 4 (Variables aleatorias continuas).	
10 y 11	Funciones generatrices y sus aplicaciones	Práctico 5 (Funciones generatrices y sus aplicaciones)	
12 y 13	Convergencia	Práctico 6 (Convergencia)	Segundo parcial 9/11/2016
14	Convergencia	Práctico 6 (Convergencia)	1º Recuperatorio 16/11/2016
15			2º Recuperatorio 23/11/2016

K. BIBLIOGRAFÍA

<u>Obligatoria</u>

1. Feller, W (1978). *Introducción a la Teoría de Probabilidad y sus aplicaciones*. Vol. 1 y 2. D.F., México, Limusa.
2. Maronna, R., (1995). *Probabilidad y Estadística Elementales para Estudiantes de Ciencias*. La Plata, Argentina. Fundación de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de La Plata. Disponible en <http://www.mate.unlp.edu.ar/~maron >
3. Parzen, E., (1987), *Teoría moderna de probabilidades y sus aplicaciones*. D.F., México. Limusa.
4. Ross, S., (2001), *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. D.F., México, 2001. McGraw Hill

<u>Complementaria</u>

1. De Nápoli, B., (2012), *Notas de Probabilidad y Estadística*. Buenos Aires, Argentina. Universidad de Buenos Aires. Disponibles en: < http://mate.dm.uba.ar/~pdenapo/notas_de_proba.pdf>.
2. Grimmett, G., Stirzaker, D., (2001), *Probability and Random Processes*, New York, United State, Oxford, University Press.
3. Hacking, I. (2005), *El surgimiento de la probabilidad.* Barcelona, España. Gedisa.
4. Ross, S., (2016). *Introduction to Probability Models*. San Diego, United States. Academic Press.