

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE RIO CUARTO

## FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FISICO-QUIMICAS Y NATURALES

---

### DEPARTAMENTO DE FÍSICA

**Carrera:** Licenciatura en Física

**Asignatura:** MÉTODOS MATEMÁTICOS DE LA FÍSICA

**Código:** 2247

**Profesor responsable:** Lic. Jorge L. Blengino Albrieu

**Equipo docente:**

**Año académico:** 2014

**Régimen de la asignatura:** Cuatrimestral (segundo cuatrimestre)

**1. Régimen de regularidad:**

Se proponen tres exámenes parciales con un puntaje máximo de 100 puntos por examen. Para obtener la regularidad el alumno debe reunir un total de 50 puntos como mínimo en cada parcial.

**2.- Régimen de promoción:**

No está implementado.

**Asignación de horas semanales.**

Clases teóricas: 4 horas por semana.

Clases de problemas: 4 horas por semana.

**Exámenes parciales:**

Se proponen tres exámenes parciales. Los mismos consisten en un cuestionario relativo a los contenidos impartidos en las clases teóricas y en un problema de aplicación por cada uno de los capítulos del presente programa, correspondiente al periodo evaluado. Además se permitirá recuperar en una oportunidad cada uno de ellos.

**Examen final:**

Consiste de un examen práctico escrito y un examen oral.

**Objetivos propuestos:**

Los contenidos de la asignatura están referidos a conocimientos sobre métodos matemáticos utilizados en las materias avanzadas de la Licenciatura en Física. Especialmente en métodos de resolución de problemas de Mecánica Cuántica y Teoría Clásica de Campos.

**Contenidos de aprendizaje:**

**TEMA I: Álgebra Lineal**

**Espacios lineales:** Propiedades fundamentales. Dimensión. Bases. Componentes de un vector. Subespacios lineales.

**Operadores lineales:** Componentes. Operaciones elementales. Conmutatividad. Inversa.

**Matrices:** Propiedades fundamentales. Definiciones. Matrices notables. Operación por bloques.

**Transformaciones de coordenadas:** Matriz de transformación. Covariancia y contravariancia. Componentes de un operador. Transformaciones de semejanza.

**Formas:** Formas. Espacio dual. Componentes de una forma. Transformaciones de coordenadas.

**Producto interno:** Producto interno. Métrica. Norma. Interpretación geométrica.

**Autovalores y autovectores:** Autovectores a derecha e izquierda. Diagonalización. Operadores Hermitianos; autovalores degenerados; diagonalización simultánea. Operadores normales.

**Forma de Jordan:** Ejemplos. Descomposición primaria. Reducción a la forma normal.

**Tensores:** Espacio tensorial. Producto tensorial. Bases y componentes. Cambio de base.

Contracción de índices. Simetría. Producto exterior. Densidades tensoriales. Tensor adjunto. Ley del cociente.

**Coordenadas curvilíneas:** Cambios de coordenadas locales. Vectores covariantes y contravariantes. Tensores y densidades tensoriales. Integrales multidimensionales. Tensor métrico. Ascenso y descenso de índices. Producto escalar y norma. Símbolos de Christoffel y derivación covariante. Operadores diferenciales en coordenadas curvilíneas. Componentes físicas de vectores.

**TEMA II: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**

**Ecuaciones de primer orden:** Ecuaciones integrables, separables, homogéneas, dimensionalmente consistentes. Ecuación de Bernoulli. Ecuaciones exactas y factor integrante. Ecuación de Riccati. Ecuaciones no resueltas respecto a la derivada. Ecuaciones de Lagrange y de Clairaut.

**Ecuaciones lineales de orden  $n$ :** La ecuación de primer orden a coeficientes constantes: kernel del operador diferencial e integración directa de las ecuaciones homogénea e inhomogénea. Ecuaciones homogéneas de orden  $n$ : existencia y unicidad de soluciones, condiciones iniciales; kernel del operador, espacio de soluciones y base canónica; Wronskiano e independencia lineal, fórmula de Abel. Ecuaciones inhomogéneas de orden  $n$ : soluciones general y particular; método de variación de los parámetros; método de los coeficientes indeterminados

**Ecuaciones lineales de segundo orden:** Coeficientes analíticos: solución en serie de potencias; la ecuación de Legendre. Puntos singulares regulares: solución en serie de potencias generalizada; la ecuación de Bessel. Problemas de contorno: autovalores y autofunciones; identidad de Lagrange y fórmula de Green. Problemas de Sturm-Liouville: ortogonalidad y completitud de las autofunciones y desarrollo en autofunciones. Notación de Dirac.

**TEMA III:** Elementos de Análisis Funcional

**Funciones especiales:** El problema de Sturm-Liouville para la ecuación armónica: la serie de Fourier. El problema de Sturm-Liouville para la ecuación de Legendre: funciones de Legendre de primera y segunda especie; fórmula de Rodrigues, representación integral, función generatriz y relaciones de recurrencia; funciones de Legendre asociadas, armónicos esféricos. El problema de Sturm-Liouville para la ecuación de Bessel: funciones de Bessel cilíndricas de primera y segunda especie; relaciones de recurrencia, representaciones integrales y función generatriz; funciones de argumento imaginario, funciones de Hankel y funciones de Bessel esféricas.

**Transformadas integrales:** Series de Fourier: convergencia, fenómeno de Gibbs; identidad de Parseval. Transformada de Fourier: definición y propiedades elementales; teorema de inversión; teorema de Parseval; principio de incertidumbre. Transformada de Laplace: definición y propiedades elementales; teorema de inversión. Inversión de las transformadas elementales por integración en el plano complejo.

**TEMA IV:** Ecuaciones Diferenciales Parciales

**Clasificación de las ecuaciones diferenciales parciales:** Ecuaciones de segundo orden: curvas características y formas canónicas; ecuaciones elípticas, parabólicas e hiperbólicas. Condiciones iniciales y de contorno: condiciones de Dirichlet, Neumann y Cauchy.

**Método de separación de variables:** Ecuaciones de difusión y de ondas en una dimensión: base física y condiciones de contorno; solución por separación de variables. Ecuaciones de ondas y de difusión en dos variables: la ecuación de Helmholtz; separación de variables en coordenadas polares. Ecuaciones de ondas, de difusión, de Helmholtz y de Laplace en tres dimensiones: separación de variables en coordenadas cilíndricas y esféricas.

**Resolución por transformadas integrales:** Problemas en dominios no acotados: ecuaciones de ondas y de difusión. Problemas sin condiciones iniciales.

**Problemas inhomogéneos: Problemas de autovalores en varias dimensiones: espacios de Hilbert, operadores Hermitianos, propiedades; desarrollos en autofunciones, ortonormalidad y completitud. Inhomogeneidad en la ecuación: problema homogéneo asociado; función de Green; ecuación diferencial para la función de Green. Expresiones para la función de Green: desarrollo en autofunciones, integración de la ecuación para la función de Green, solución fundamental. Inhomogeneidad en las condiciones de contorno: homogeneización de las condiciones de contorno. Funciones de Green para las ecuaciones de difusión, ondas y Laplace.**

**Bibliografía:**

De lectura obligatoria:

- 1) Vectores y tensores con sus aplicaciones – Luis A. Santalo – EUDEBA
- 2) Álgebra Lineal – Kenneth Hoffman, Ray Kunze – Prentice Hall
- 3) Integral transforms and their applications. B. Davies, Springer (Texts in Applied Mathematics 41)
- 4) "Mathematical Methods of Physics". J. Mathews and R. L. Walker, Benjamin (NY).

De consulta:

- 5) Fourier Transforms and Waves: in four lectures – Claerbout – Stanford.